ČESKOSLOVENSKÁ SOCIALISTICKÁ REPUBLIKA

ÚŘAD PRO VYNÁLEZY A OBJEVY

POPIS OBJEVU K DIPLOMU ČÍS. 30

Přihlášeno: 25. 02. 1971 (Po 3-71)

Právo přednosti od 25. 02. 1971

Zveřejněno: Rozpravy ČSAV, řada matematických a přírodních věd, **81**, 3 (1971) nakl. Academia, PRAHA

Uděleno: 17. 01. 1985

Vydáno: 15. 08. 1985

MDT 534.24 534.843.24

Autor objevu: WAGNER JIŘÍ CSc., PRAHA

Název objevu: **Zákonitost mechanismu šíření a doznívání akustické energie v uzavřeném prostoru**

Předmět objevu: Zákonitost mechanismu šíření a doznívání akustické energie spočívající v tom, že se v plynem vyplněném uzavřeném prostoru s konečným počtem zvukových zdrojů a zvuk rozptylujících difuzorů, omezeném konečnou plochou, jejíž zvuková pohltivost může být místně odlišná, vytvoří v důsledku přímočarého šíření zvukové energie podél zvukových paprsků konstantní konečnou rychlostí, jakož i působením geometrického tvaru a uspořádání povrchu prostoru, zvukových zdrojů, difuzorů a zvukové pohltivosti jejich jednotlivých částí na chod zvukových paprsků v daném uzavřeném prostoru takové zvukové pole, ve kterém vždy existuje alespoň jeden bod, v němž jsou směry šíření zvukových paprsků rozloženy nerovnoměrně.

V letech 1961—65 kulminoval prudký celosvětový rozvoj prostorové akustiky. Zájem akustiků se soustředil na zdokonalování měřicích a výpočtových metod. Především na metody měření vlastností materiálů pohlcujících zvuk, a na metody výpočtů akustických vlastností uzavřených prostorů. Vyřešení obou metodik bylo nutnou podmínkou pro úspěšné projektování akustických úprav kulturních a pracovních shromažďovacích prostorů. To proto, že každá nespolehlivost údajů o vlastnostech materiálů pohlcujících zvuk, jakož i každý nesprávný předpoklad použitý při výpočtu akustických vlastností upravovaného sálu, znamenaly chybu projektu, a jako takové většinou vedly k značným finančním ztrátám.

Metody měření činitele zvukové pohltivosti akustických materiálů (α) i metody výpočtu doby dozvuku (T_D) projektovaného sálu, používané k vyjádření akustických kvalit akusticky upravovaného prostoru se zakládaly na tzv. klasické dozvukové teorii, vybudované Sabinem (Sabine W. C.: Collected papers on acoustics, Harvard University Press, Cambridge 1927 — dále jen SABINE), Jägerem (Jäger G.: Zur Theorie des Nachhalls, Sitzungsberichte der kais. Akad. d. Wissenschaften Wien, CXX Band, Abt. IIa, 613—34, Wien 1911 — dále JÄGER) a Eyringem (Eyring C. F.: Reverberation time in „dead" rooms, J. Acoust. Soc. Amer. 1(1), 217—231, 1930 — dále jen EYRING), a rozvíjené i dalšími autory, například Kostenem (Kosten C. W.: The mean free path in room acoustics, Acustica 10(4), 245—250, 1950 — dále KOSTEN).

Výsledky získávané těmito metodami však byly nepřesné a nejednoznačné. Měření byla špatně reprodukovatelná, výpočty soustavně vykazovaly nesouhlas s experimentem. Ačkoliv byly uvedené nedostatky klasické teorie dozvuku z praxe již dlouho známy, nebyla do té doby objasněna jejich příčina. Proto byl zahájen výzkum akustického pole uzavřených prostorů, zaměřený na objasnění těchto nesrovnalostí.

Podstatou objevu je stanovení přirozené fyzikální zákonitosti, kterou se šíření akustické energie v uzavřené místnosti řídí, kterou se rovněž řídí doznívání zvukové energie v tomto prostoru v závislosti na pohltivých vlastnostech jeho stěn, a podle které se ve zmíněném prostoru vytváří vždy určitá, pro něj typická struktura akustického pole, závislá na jeho geometrickém tvaru i pohltivých vlastnostech jeho stěn.

V klasické teorii dozvuku se soustavně objevovaly rozpory mezi výsledky výpočtů a výsledky experimentů; současně s tím prováděná kontrola odvození samotné teorie ukazovala, že její výstavba je po formálně matematické stránce zcela v pořádku. Obě tyto skutečnosti vedly k závěru, že není nutno dále zkoumat samotnou teorii, ale že je třeba prošetřit správnost základních předpokladů, ze kterých její odvození (samo o sobě formálně správné) vychází.

Rozbor těchto otázek (Wagner, J.: Mathematical and logical criticism of the classical reverberation theory, Rozpravy Československé akademie věd, Řada matematických a přírodních věd, ročník 81, sešit 3/1971, Academia Praha) byl proveden metodou kritické logické analýzy na odvození, které podal JÄGER a které se k tomuto účelu jevilo jako nejvhodnější.

V následující popisu je Jägerovo odvození zformulováno do sledu logických výroků. Každý z nich nejprve vyslovíme, pak vyneseme soud o jeho pravdivosti, a nakonec dokazujeme správnost našeho soudu.

Touto cestou rekonstruujeme krok za krokem zkoumanou teorii, a současně správnost či nesprávnost jednotlivých kroků jejího odvození dokazujeme. Rozbor pak vypadá takto:

Výrok (a):

Rozměry uvažovaných uzavřených prostorů můžeme ve srovnání s rychlostí zvuku ve vzduchu považovat za malé, jelikož největší lineární rozměry jen málo přesahují 20 metrů.

Soud:

Výrok (a) je pravdivý.

Důkaz:

Výrok (a) představuje definici množiny uzavřených prostorů, jimiž se Jäger hodlá zabývat.

Výrok (b):

V těchto prostorech vykonají zvukové paprsky i v nejnepříznivějších případech více než 16 odrazů za sekundu.

Soud:

Výrok (b) je nepravdivý.

Důkaz:

1. Uvažujeme-li šíření zvukové energie v uzavřených prostorech jako čistě geometrický proces, pak výrok (b) vyplývá z výroku (a) a je pravdivý. Avšak čistě geometrického pojetí šíření akustické energie lze použít jen v extrémním případě prostoru s dokonale odrazivým povrchem.

2. Jelikož mechanismus šíření zvukové energie v uzavřených prostorech je zde zobrazen pouze počtem odrazů zvukového paprsku za sekundu, je třeba uvažovat také fyzikální vlastnosti povrchu prostoru: Nechť na povrchu prostoru existuje dílčí plocha, jejíž činitel zvukové pohltivosti je roven

jedné (to je přípustné, protože takový případ nebyl vyloučen). Potom každý zvukový paprsek po dopadu na tuto plochu zaniká, takže předpoklad (b) není splněn.

3. Množina všech zvukových paprsků, šířících se v uzavřeném prostoru, vždy obsahuje neprázdnou podmnožinu paprsků, které na uvedený dokonale pohltivý element plochy povrchu dopadají.

4. Dozvuk si Jäger mlčky představuje jako proces poklesu zvukové energie. Pak je ovšem nutno brát v úvahu i fyzikální vlastnosti povrchu prostoru; v tom případě ale platí závěry (2) a (3). Definujeme-li pojem vymizení zvukového paprsku obecněji, lze i tyto závěry zobecnit. Dále, o dozvuku nelze mluvit v případě dokonale odrazivého povrchu prostoru zmíněného sub (1), jelikož v takovém prostoru žádný dozvuk nenastává. To znamená, že výsledky získané pro uzavřený prostor s dokonale odrazivým povrchem nelze na obecný případ aplikovat.

5. Tyto skutečnosti dokazují nepravdivost výroku (b).

Výrok (c):

Obecně bude počet odrazů zvukového paprsku za sekundu ještě mnohem větší.

Soud:

Výrok (c) je nepravdivý.

Důkaz:

Výrok (c) je pouze variantou výroku (b) s přihlédnutím k velikosti a tvaru prostoru; dále viz důkaz (b).

Výrok (d):

To znamená, že po zlomku sekundy může ucho kdekoli v prostoru vnímat tentýž dozvuk, jak bylo již dávno prokázáno.

Soud:

Výrok (d) je nepravdivý.

Důkaz:

1. Jäger ve svých úvahách pojem dozvuku dosud nedefinoval. Je tedy možno o něm hovořit jen všeobecně jako o poklesu zvukové energie, ale nelze usuzovat o jeho vlastnostech a tím méně porovnávat tyto vlastnosti na různých pozorovacích místech. Výrok (d) tedy nedává smysl.

2. Věta „po zlomku sekundy může ucho kdekoli v prostoru vnímat tentýž dozvuk" byla odvozena za předpokladu současné platnosti výroků (a), (b) a (c). Z prokázané nepravdivosti výroků (b) a (c) vyplývá tedy i nepravdivost výroku (d).

3. Průběh dozvukového procesu se od místa k místu mění. To ukazují nejen moderní

měřicí prostředky, ale i experimenty Sabineovy, na něž se Jäger nesprávně odvolává poslední částí výroku (d).

4. Nepravdivost výroku (d) je tímto prokázána.

Výrok (e):

Z toho vyplývá, že v určitém okamžiku bude celý uzavřený prostor vyplněn zvukovými paprsky, rovnoměrně rozloženými do všech směrů.

Soud:

Výrok (e) je nepravdivý.

Důkaz:

1. Mechanismus šíření zvukových paprsků v uzavřeném prostoru je zde interpretován ryze geometricky. To však znamená, že směr každého zvukového paprsku po každém jeho odrazu od povrchu uzavřeného prostoru je předem určen polohou zdroje zvuku, počátečním směrem paprsku a geometrií povrchu daného prostoru. Na poloze zdroje zvuku a geometrickém tvaru prostoru bude proto záviset i rozložení směrů zvukových paprsků (za předpokladu, že zdroj sám je všesměrový).

2. Rozložení směrů zvukových paprsků bude záviset i na rozložení zvuk pohlcujících prvků po povrchu prostoru, což vyplývá z důkazu k výroku (b).

3. Jäger připouští libovolný tvar uzavřeného prostoru a libovolné rozložení pohltivých prvků po jeho povrchu.

4. Zvukovou energii vyzařuje v uzavřeném prostoru dle výroku (a) vždy konečný počet zdrojů zvuku; nekonečný počet zdrojů by odporoval fyzikální skutečnosti.

5. Uvažujme uzavřený prostor tvaru koule a všesměrový zvukový zdroj v jejím středu. Potom střed koule bude právě jediným bodem celého uzavřeného prostoru, ve kterém může být dosaženo rovnoměrného rozložení zvukových paprsků do všech směrů. V každém dalším bodě tohoto prostoru mají zvukové paprsky jen směr radiální. To znamená, že předpoklad (e) není splněn, jelikož vyžaduje rovnoměrné rozložení zvukových paprsků do všech směrů pro všechny body prostoru.

6. Zvolme na povrchu uzavřeného prostoru plošný element, který dopadající zvukovou energii stoprocentně pohlcuje. Potom rovnoměrného rozložení zvukových paprsků do všech směrů nedosáhneme ani ve středu koule. Tento závěr můžeme zobecnit i pro činitel zvukové pohltivosti menší než jedna.

7. Umístíme-li zvukový zdroj mimo střed koule, zůstane z nekonečné množiny radiálních zvukových paprsků ve středu koule pouze jediný, daný spojnicí zvukového zdroje a středu kulového prostoru. Předpoklad

(e) tedy opět není splněn, protože jeho znění vyžaduje výskyt všech směrů.

8. Z uvedených skutečností vyplývá, že v kulovém uzavřeném prostoru vždy existuje neprázdná množina „chybějících směrů" zvukových paprsků. Ke stejnému výsledku lze zřejmě dojít pro libovolný tvar uzavřeného prostoru, což je v rozporu s výrokem (e).

9. Z bodů 5 a 7 tohoto důkazu plyne, že při použití konečného počtu zvukových zdrojů nemůže být předpoklad (e) splněn, použití nekonečného počtu zdrojů pak odporuje podmínce sub (4).

10. Uvedené skutečnosti dokazují nepravdivost výroku (e).

Výrok (f):

V tomto okamžiku budou stejné objemy v prostoru obsahovat stejná množství zvukové energie.

Soud:

Výrok (f) je nepravdivý.

Důkaz:

Výrok (f) je důsledkem výroku (e), takže jeho pravdivost závisí na pravdivosti výroku (e). Jelikož se prokázalo, že výrok (e) je nepravdivý, je nepravdivý i výrok (f).

Výrok (g):

Množství zvukové energie, obsažené v objemové jednotce, může tak být považováno za hustotu zvukové energie.

Soud:

Výrok (g) je nepravdivý.

Důkaz:

Výrok (g) je ekvivalentní výroku (f). Protože (f) je nepravdivý výrok, je nepravdivé i (g).

Výrok (h):

Dozvuk bude charakterizován časovou změnou hustoty zvukové energie.

Soud:

Výrok (h) je pravdivý.

Důkaz:

1. Výrok (h) neobsahuje žádný vnitřní logický rozpor.

2. Výrok (h) je definicí jednoho z přípustných popisů procesu doznívání zvukové energie.

Výrok (i):

Zvukové paprsky dopadají na povrch uzavřeného prostoru rovnoměrně ze všech možných směrů.

Soud:

Výrok (i) je nepravdivý.

Důkaz:

1. Nechť dS je element plochy povrchu uzavřeného prostoru a nechť X je libovolný bod uvnitř tohoto prostoru. Předpokládáme-li, že platí výrok (e), musí i v bodě X existovat svazek zvukových paprsků rovnoměrně rozložených do všech možných směrů. Potom alespoň jeden z těchto paprsků musí dopadat na zvolený element plochy povrchu, dS.

2. Poloha bodu X je libovolná. To znamená, že platí-li výrok (e), pak pro plošný element dS platí i výrok (i). Dále, jelikož i poloha plošného elementu dS na povrchu uzavřeného prostoru je libovolná, vyplývá z platnosti výroku (e) i platnost výroku (i) pro celý uzavřený prostor, tj. pro celý jeho povrch.

3. Nechť P je bod uvnitř uzavřeného prostoru a dK libovolný element plochy jeho povrchu. Předpokládáme-li platnost výroku (i), pak paprsky, dopadající na tento plošný element přicházejí rovnoměrně ze všech možných směrů poloprostoru. Za těchto podmínek musí alespoň jeden z nich přicházet z bodu P.

4. Poloha plošného elementu dK je libovolná. To znamená, že platí-li předpoklad (i), platí pro bod P i předpoklad (e). Jelikož i poloha bodu P může být volena libovolně, plyne z platnosti předpokladu (i) i platnost předpokladu (e) pro libovolný bod uzavřeného prostoru.

5. Tato vzájemná implikace

$$(1) \qquad (e \rightarrow i) \;\&\; (i \rightarrow e)$$

znamená, že oba výroky jsou ekvivalentní:

$$(2) \qquad i \equiv e$$

6. Ekvivalence (2) společně s důkazem k výroku (e) dokazují, že výrok (i) je nepravdivý.

Výrok (j):

Z výroku (i) vyplývá, že pro stanovení úbytku energie zvukového paprsku při jednotlivých odrazech nebude vždy používáno hodnoty činitele zvukové pohltivosti příslušející danému místu povrchu uzavřeného prostoru, ale střední hodnoty činitele zvukové pohltivosti, brané přes celou plochu povrchu prostoru.

Soud:

Výrok (j) je nepravdivý.

Důkaz:

1. Výrok (j) obsahuje definici činitele zvukové pohltivosti, která vystupuje ve všech následujících výpočtech.
2. Vzhledem k implikaci, která tvoří první část výroku (j), může být vlastní definice, tvořící jeho druhou část, platná pouze tehdy, když platí výrok (i).
3. Bylo prokázáno, že výrok (i) je nepravdivý, takže podmínka nutná pro platnost této definice není splněna. Proto ani definice střední hodnoty činitele zvukové pohltivosti není platná.
4. V tomto smyslu je výrok (j) nepravdivý.

Výrok (k):

Pro každý zvukový paprsek jsou všechny směry, které může v prostoru zaujmout, stejně pravděpodobné.

Soud:

Výrok (k) je nepravdivý.

Důkaz:

1. Z výroku (k) plyne, že celý uzavřený prostor bude vyplněn zvukovými paprsky, rovnoměrně rozloženými do všech možných směrů. Z výroku (k) tedy plyne výrok (e).
2. Z výroku (e) plyne, že všechny směry zvukových paprsků se musí v uzavřeném prostoru vyskytovat se stejnou pravděpodobností. Z výroku (e) tedy vyplývá výrok (k).
3. Tato vzájemná implikace

$$(3) \qquad (k \rightarrow e) \ \& \ (e \rightarrow k)$$

ukazuje, že oba výroky jsou ekvivalentní, tj., že

$$(4) \qquad k \equiv e$$

4. Ekvivalence (4) společně s důkazem k výroku (e) dokazuje nepravdivost výroku (k).

Výrok (l):

Z výroku (k) vyplývá, že každý zvukový paprsek vykoná za sekundu v průměru zcela určitý počet odrazů n, jehož hodnota je určena velikostí a tvarem uzavřeného prostoru.

Soud:

Výrok (l) je nepravdivý.

Důkaz:

1. Kdyby všechny možné směry, které může zvukový paprsek zaujmout, byly pro každý paprsek stejně pravděpodobné, pak by skutečně všechny paprsky vykonávaly za sekundu stejný a zcela určitý počet odrazů.
2. Kdyby všechny možné směry, které může zvukový paprsek zaujmout, byly pro každý paprsek stejně pravděpodobné, pak by skutečně byl počet odrazů za sekundu n dán velikostí a tvarem uzavřeného prostoru.
3. Obě výše uvedené implikace jsou formálně správné a tak dokazují závislost platnosti výroku (l) na platnosti výroku (k). Jelikož byla prokázána nepravdivost výroku (k), je nepravdivý i výrok (l). Podrobný důkaz lze vzhledem k ekvivalenci

$$(5) \qquad k \equiv e \equiv i$$

provést pomocí důkazů k výrokům (k), (e) a (i).

Na základě uvedených skutečností dochází Jäger k závěru, že během časového intervalu dt vykoná každý zvukový paprsek v průměru n . dt odrazů, což znamená, že z energie zvukového paprsku E, kterou tento měl v čase t, se za čas dt ztratí část dE podle vztahu

$$(6) \qquad dE = -E \,.\, \bar{\alpha} \,.\, n \,.\, dt$$

kde $\bar{\alpha}$ je střední hodnota činitele zvukové pohltivosti, uvažovaná přes celou plochu povrchu uzavřeného prostoru. Při sestavování rovnice (6) přijal Jäger mlčky tento předpoklad:

Výrok (m):

Čas t, který zde představuje nezávisle proměnnou, je spojitá, neomezená a diferencovatelná funkce.

Soud:

Výrok (m) je nepravdivý.

Důkaz:

1. Zvuková energie se v uzavřeném prostoru šíří konečnou konstantní rychlostí c, což je jeden ze základních zákonů šíření akustické energie.
2. Z tohoto zákona a z výroku (a) vyplývá, že pokles akustické energie probíhá po skocích, ke kterým dochází při každém odrazu zvukového paprsku. Jinými slovy, změny hodnot akustické energie nastávají pouze v diskrétních bodech časové osy t, oddělených časovým intervalem délky D/c, kde D je délka příslušné volné dráhy nepohltivým prostředím, mezi dvěma po sobě následujícími odrazy od povrchu prostoru.
3. Jelikož matematický popis každého fyzikálního děje musí odpovídat příslušným

přírodním zákonům, nejsme v případě popisu poklesu zvukové energie v uzavřeném prostoru oprávněni považovat čas t za spojitou a diferencovatelnou funkci.

4. Dále bylo v důkazu k výroku (b) prokázáno, že zvukový paprsek při dopadu na dokonale pohltivý element povrchu prostoru zaniká. To znamená, že v okamžiku úplného pohlcení energie zvukového paprsku dosáhla množina příslušných diskrétních bodů na časové ose své horní hranice, jelikož další absorpce již nemůže existovat. Pojem úplného pohlcení zvukové energie a tím i definici horní hranice t lze dále zobecnit, jak bylo naznačeno v důkaze k výroku (b).

5. Každé další sledování zvukového paprsku za horní hranici t by byl ryze geometrický postup, který by nedával fyzikální smysl. Tím lze nesprávnost výroku (m) pokládat za prokázanou.

Za použití předpokladu (m) dospívá Jäger od rovnice (6) k rovnici

$$(7) \qquad E(t) = E_0 \,.\, \exp(-\bar{\alpha} \,.\, n \,.\, t)$$

která vyjadřuje energii zvukového paprsku jako funkci času. Odtud přechází ke své dozvukové rovnici

$$(8) \qquad \rho(t) = \rho_0 \,.\, \exp(-\bar{\alpha} \,.\, n \,.\, t)$$

za těchto předpokladů:

Výrok (n):

Energii E(t) respektive E_0, přiřazenou jedinému zvukovému paprsku, můžeme nahradit hustotou energie $\rho(t)$ respektive ρ_0, určovanou přes celý uzavřený prostor.

Soud:

Výrok (n) je nepravdivý.

Důkaz:

1. Předpoklad (n) může platit pouze tehdy, platí-li výroky (d), (e), (f), (j), (l).

2. Bylo prokázáno, že uvedené výroky jsou nepravdivé; proto i výrok (n) je nepravdivý.

Výrok (o):

Dozvuk charakterizují dvě proměnné, a to střední hodnota činitele zvukové pohltivosti $\bar{\alpha}$ a průměrný počet odrazů zvukového parsku za sekundu n, takže platí

$$(9) \qquad \rho(t) = \rho_0 \,.\, \exp(-\bar{\alpha} \,.\, n \,.\, t)$$

Soud:

Výrok (o) je nepravdivý.

Důkaz:

1. Výrok (o) lze považovat za pravdivý pouze z hlediska formálně matematického tvaru rovnice (9).

2. Výrokem (h) byl pojem dozvuku definován jako časová změna hustoty akustické energie. Nechť $\rho(t)$ v rovnici (9) je funkce, která popisuje přirozený průběh poklesu zvukové energie v uzavřeném prostoru, a tak vyhovuje definici (h). Předpokládáme-li, že rovnice (9) platí, musí přirozenému průběhu procesu doznívání odpovídat i všechny veličiny, které vystupují na její pravé straně.

3. Veličina ρ_0, tj. počáteční hustota zvukové energie v celém uzavřeném prostoru, byla zavedena za předpokladu (f), podle něhož je zvuková energie v celém uzavřeném prostoru rozložena rovnoměrně. O tomto předpokladu bylo prokázáno, že je nepravdivý.

Veličina $\bar{\alpha}$, tj. střední hodnota činitele zvukové pohltivosti, byla definována a zavedena za předpokladu (i), podle něhož zvukové paprsky dopadají na povrch uzavřeného prostoru rovnoměrně ze všech směrů. I tento předpoklad byl prokázán jako nepravdivý.

Veličina n, tj. průměrný počet odrazů zvukového paprsku za sekundu, byla definována a zavedena jednak za použití nepravdivého předpokladu (k), podle něhož jsou všechny možné směry šíření pro každý zvukový paprsek stejně pravděpodobné, jednak za předpokladu nezávislosti počtu odrazů zvukového paprsku na fyzikálních vlastnostech stěn, o němž jsme rovněž prokázali, že je chybný.

4. Odtud vyplývá, že uvedené veličiny nemohou vytvářet jednoznačnou funkci vyjadřující přirozený průběh procesu doznívání, jelikož jejich povaha tomuto přirozenému průběhu neodpovídá.

5. Důkaz nepravdivosti výroku (o) lze tímto považovat za provedený.

Výrok (p):

Výpočet počtu odrazů za sekundu n nečiní žádných potíží, jelikož podobné problémy byly ve fyzice často řešeny, jako například počet srážek molekul v kinetické teorii plynů.

Soud:

Výrok (p) je nepravdivý.

Důkaz:

1. Pro počet odrazů zvukových paprsků za sekundu i pro počet srážek molekul plynu platí, že hodnoty obou těchto veličin závisí na charakteru příslušného pohybového mechanismu.

2. Pohyb molekuly plynu je proces stochastický; například molekula vzduchu vy-

koná za sekundu řádově 10^9 srážek s ostatními molekulami, pohybujícími se náhodnými směry. Délka termodynamické střední volné dráhy je zanedbatelně malá ve srovnání s rozměry nádoby, ve které je plyn uzavřen. Za těchto podmínek se skutečně vytvoří rovnoměrné rozložení směrů volných drah mezi jednotlivými po sobě následujícími srážkami a bude nezávislé na geometrickém tvaru nádoby, jak je z kinetické teorie plynů známo.

3. Šíření zvukových paprsků v uzavřeném prostoru je proces uspořádaný. Odrazy nastávají pouze na povrchu prostoru, takže rozložení směrů zvukových paprsků závisí jednak na geometrickém tvaru místnosti, jednak na poloze zdroje.

4. Počet odrazů zvukových paprsků za sekundu závisí na rozložení jejich směrů i na rozložení pohltivých prvků po povrchu uzavřeného prostoru.

5. Podstatné rozdíly v charakteru obou procesů ukazují, že výpočet počtu odrazů zvukových paprsků prováděný stejným způsobem jako výpočet počtu srážek plynných molekul v kinetické teorii plynů je nepřípustný.

6. Z uvedených skutečností plyne, že výrok (p) je nepravdivý.

K vlastnímu určení průměrného počtu odrazů zvukového paprsku za sekundu užívá dále Jäger počtu pravděpodobnosti, jak bylo již uvedeno. Další předpoklady, které pro odvozování přijal, jsou:

Výrok (q):

Nechť je dS plošný element, umístěný kdekoli na povrchu uzavřeného prostoru. Označme symbolem X libovolný bod zvukového paprsku, nacházející se kdekoli v prostoru, ale svírajícího s normálou plošky dS úhel ϑ. Potom pravděpodobnost, že bod X dopadne na plošku dS během časového intervalu dt lze vyjádřit poměrem

$$(10) \qquad P_1 = dV/V =' (c \,.\, \cos\vartheta \,.\, dS \,.\, dt)/V$$

kde dV je objem infinitesimálního šikmého válce o základně dS a délce c . dt, zatímco V značí celkový objem uvažovaného uzavřeného prostoru.

Soud:

Výrok (q) je nepravdivý.

Důkaz:

1. Pravděpodobnost P_1 můžeme vztahovat k celkovému objemu uzavřeného prostoru V jen tehdy, když je celý prostor dle předpokladu (e) vyplněn zvukovými paprsky, rovnoměrně rozloženými do všech možných směrů. Jelikož bylo prokázáno, že předpoklad (e) je nepravdivý, je i rovnice (10) nesprávná.

2. Podle předpokladu (q) nezávisí hodnota pravděpodobnosti P_1 na poloze plošky dS. To však může platit pouze za předpokladu platnosti výroku (e), který byl prokázán jako nepravdivý. Proto je nepravdivý i výrok (q). Podrobnosti ukazuje důkaz k výroku (e).

3. Z rovnice (10) plyne přímá úměrnost mezi hodnotou pravděpodobnosti P_1 a velikostí plošky dS. To znamená, že za plošku dS můžeme dosadit libovolnou část (nebo dokonce i celou plochu) povrchu uzavřeného prostoru S, čehož Jäger také skutečně využívá. Takový předpoklad je rovněž chybný, protože jeho oprávněnost je založena na pravdivosti výroku (e), který byl prokázán jako nepravdivý.

4. Uvedené skutečnosti dokazují nepravdivost výroku (q).

Hodnota pravděpodobnosti P_1 byla určována pro jediný směr šíření zvukového paprsku, daný úhlem ϑ. Pravděpodobnost P_2, která má platit pro libovolný směr zvukového paprsku, odvozuje Jäger za použití tohoto dalšího předpokladu:

Výrok (r):

Pravděpodobnost (10) bude platit pro libovolný směr zvukového paprsku jestliže funkci $\cos\vartheta$ nahradíme její střední hodnotou uvažovanou přes všechny možné směry, tj.

$$(11) \qquad \overline{\cos\vartheta} = 1/4$$

Dostaneme tak

$$(12) \qquad P_2 =' \frac{c \,.\, dS \,.\, dt}{4V}$$

Soud:

Výrok (r) je nepravdivý.

Důkaz:

1. Střední hodnotu $\overline{\cos\vartheta} =' 1/4$ dostaneme integrací funkce $\cos\vartheta$ přes oblast Σ a vydělením integrálu dvojnásobnou velikostí této integrační oblasti, tj.

$$(13) \qquad \overline{\cos\vartheta} =' \frac{1}{2\Sigma} \int_{\Sigma} \cos\vartheta \,.\, d\Sigma$$

a to tehdy, představuje-li integrační oblast Σ jednotkovou hemisféru se středem ve středu plošky dS.

2. Jednotková hemisféra Σ představuje rovnoměrné rozložení zvukových paprsků do všech možných směrů. Uvážíme-li skutečné rozložení zvukových paprsků, bude mít integrační oblast obecně jiný tvar a integrál (13) pak bude nabývat jiné hodnoty.

3. Výrok (r) vyplývá z výroku (i), o němž bylo prokázáno, že je nepravdivý. Z tohoto důvodu a vzhledem ke skutečnostem uve-

deným v bodech 1 a 2 tohoto důkazu je nepravdivý i výrok (r).

Jäger využívá výše uvedené přímé úměrnosti mezi pravděpodobností dopadu zvukového paprsku na plošku dS a její velikostí, a formuluje rovnici

$$(14) \qquad P_5 = c \,.\, dt \,.\, S \,/\, (4V)$$

vyjadřující pravděpodobnost dopadu libovolného zvukového paprsku libovolného směru kamkoli na povrch uzavřeného prostoru během časového intervalu dt. Z důkazů k výrokům (q) a (r) vyplývá, že rovnice (14) není správná.

Výrok (s):

Průměrný počet dopadů zvukového paprsku za sekundu (n) můžeme určit ze vztahu

$$(15) \qquad n = 1/\tau = c \,.\, S \,/\, (4V)$$

který dostaneme, nahradíme-li v rovnici (14) infinitesimální časový interval dt konečným intervalem τ, splňujícím podmínku

$$(16) \qquad P_4 \equiv \frac{c \,.\, \tau \,.\, S}{4V} = 1$$

tedy podmínku, že pravděpodobnost dopadu libovolného zvukového paprsku na povrch uzavřeného prostoru bude rovna jedné.

Soud:

Výrok (s) je nepravdivý.

Důkaz:

1. Nutnou, i když nikoli postačující podmínkou pro platnost výroku (s) je platnost výroků (q) a (r). Jelikož tyto výroky jsou nepravdivé, je nepravdivý i výrok (s).
2. Rovnice (15) je nesprávná, protože byla odvozena z chybné rovnice (12).
3. Tyto skutečnosti dokazují nesprávnost výroku (s).

Dosadíme-li do rovnice (9) za (n), dostaneme Jägerovu dozvukovou rovnici, a to buď ve tvaru

$$(17) \qquad \rho(t) = \rho_0 \,.\, \exp[-\bar{\alpha} \,.\, c \,.\, S \,.\, t/(4V)]$$

který udává časovou změnu hustoty akustické energie, nebo ve tvaru

$$(18) \qquad E(t) = E_0 \,.\, \exp[-\bar{\alpha} \,.\, c \,.\, S \,.\, t/(4V)]$$

vyjadřujícím časovou změnu akustické energie, obsažené v daném uzavřeném prostoru.

Tím lze pokládat přímý rozbor klasické teorie dozvuku za provedený. Z dosažených závěrů vyplývá, že rovnice (17) a (18) nejsou správné. To proto, že v samotných základech teorie se vyskytly předpoklady, které svou povahou odporují přirozené podstatě sledovaného fyzikálního jevu, kterým je zde šíření a doznívání akustické energie v uzavřeném prostoru; jejich užití pak vedlo při postupu formálně nezávadném (z matematického hlediska) k odvození fyzikálně nesprávné teorie. Dosažené výsledky nám umožňují úplně a výrazně objasnit příčiny dosavadních rozporů mezi teorií a experimentem takto:

Na Jägerovu teorii, formulovanou jako sled logických výroků, můžeme pohlížet jako na fyzikálně interpretovaný axiomatický systém. Soustava axiomů, na nichž klasická teorie dozvuku spočívá, můžeme zrekonstruovat takto:

Axiom A1:
(Fyzikální zákon šíření akustické energie):

Zvuková energie se ve vzduchu šíří konstantní konečnou rychlostí.

Axiom A2:
(Geometrický zákon šíření akustické energie):

Zvuková energie se ve vzduchu šíří přímočaře, podél zvukových paprsků.

Axiom A3:
(Podmínka doznívání):

Zvuková energie se šíří v uzavřeném prostoru omezeném konečnou plochou, jejíž činitel zvukové pohltivosti může být lokálně proměnný.

Axiom A4:
(Podmínka reálné fyzikální interpretace):

Zvuková energie je vyzařována konečným počtem zdrojů.

Axiom A5:
(Podmínka difuzity akustického pole):

Během doznívání je celý uzavřený prostor homogenně a izotropně vyplněn zvukovými paprsky.

Podle pravidel deduktivní výstavby teorií fyzikálních disciplín musí být soustava axiomů bezesporná, což znamená, že jednotlivé axiomy si nesmějí vzájemně odporovat. Dále musí být soustava axiomů úplná, což je splněno tehdy, když přidání libovolného dalšího axiomu vede ke sporu.

Sledování obsahu uvedených axiomů vede k závěru, že není žádný spor mezi axiomy A1 až A4. Tuto skupinu axiomů můžeme tedy pokládat za bezespornou. Závažné rozpory se však objevují po připojení axiomu A5. Je třeba rozhodnout, zda bezesporná soustava axiomů A1 až A4 splňuje i požadavek

úplnosti či nikoli. Splnění by znamenalo, že takovou bezespornou i úplnou soustavou axiomů je již položen potřebný základ k vybudování teorie doznívání, takže k této soustavě (A1 až A4) již žádný další axiom připojit nelze, ať už je sám o sobě správný či nikoli.

Není-li naopak soustava axiomů A1 až A4 úplná, je nutno rozhodnout, zda rozpory mezi touto soustavou a axiomem A5 jsou důsledkem obsahové chyby axiomu A5 nebo toho, že pro daný účel byla soustava A1 až A4 (ač sama o sobě bezesporná) volena nevhodně.

Takového rozhodnutí není možno dosáhnout uvnitř budovaného axiomatického systému, protože pro ten má každý axion platnost nevyvratitelného zákona; musíme se proto hlouběji zabývat obsahem jednotlivých axiomů a zkoumat jejich správnost z širšího hlediska, než je budovaná teorie doznívání, jmenovitě v konfrontaci se základními principy fyziky.

Axiom A1 vyjadřuje výsledky experimentální zkušenosti, kterou je jeho správnost zaručena. Axiom A2 postuluje pro budování mechanismu šíření a doznívání akustické energie přímočaré šíření zvukové energie. Společně s axiomy A3 a A4 tento předpoklad znamená, že rozložení směrů šíření zvukových paprsků je předurčeno polohou jednotlivých zvukových zdrojů a geometrickým tvarem uzavřeného prostoru, což je ve sporu s axiomem A5.

Axiom A3 připouští lokální rozdíly v hodnotách činitele zvukové pohltivosti povrchu uzavřeného prostoru. Různé části povrchu (nebo i celá plocha povrchu uzavřeného prostoru) tedy mohou nabývat hodnoty činitele zvukové pohltivosti rovné jedné. To podstatně ovlivňuje rozložení směrů šíření zvukových paprsků [jak podrobně ukazují důkazy k výrokům (b) a (e)], a vede ke změnám průběhu doznívání, které nastávají při každé změně této geometricko-fyzikální skladby povrchu prostoru, což je další spor s axiomem A5.

Z konjunkce axiomů A1 a A3 vyplývá, že v uzavřeném prostoru nutně dochází k interferenčním jevům a k rezonancím. Z toho můžeme odvodit další skutečnost dobře známou ze zkušenosti, že v každém uzavřeném prostoru existuje pro každý vlastní kmit určité uspořádané, neizotropní rozložení směrů šíření zvukových paprsků, což opět striktně odporuje znění axiomu A5.

Závěrem můžeme konstatovat, že axiomy A1 a A2 vyjadřují platné, experimentálně potvrzené zákony šíření akustické energie, axiomy A3 a A4 pak podmínky, které nejsou v rozporu s fyzikálními principy. Užitím pravidel odvozování můžeme ze soustavy axiomů A1 až A4 odvodit přirozené rozložení směrů šíření zvukových paprsků a přirozené rozložení zvukové energie v uzavřeném prostoru, a to přímo, bez zavádění dalších podmínek.

Naproti tomu axiom A5 přirozeným fyzikálním a geometrickým zákonům odporuje, jak ukazují důkazy ve výše provedeném rozboru teorie. Navíc, tento axiom byl formulován na základě použití nesprávné analogie mezi pohybem molekul plynu a šířením zvukových paprsků.

Tyto poznatky vedou k závěru, že axiom A5 je chybný ve své podstatě, je příčinou spornosti soustavy axiomů A1 až A5; dále, že přirozené zákonitosti šíření a doznívání akustické energie v uzavřených prostorech vyjadřuje soustava axiomů A1 až A4, která je bezesporná a úplná.

Využití objevu zákonitostí šíření a doznívání akustické energie v uzavřených prostorech spočívá především v tom, že teoretické základy techniky prostorové akustiky byly zbaveny nevysvětlených rozporů, jejichž příčina byla nyní nalezena a odstraněna. To umožnilo vypracovat konkrétní technická řešení, která se stala základem aplikací objevu v technice prostorové akustiky.

Objev tedy vedl k vytvoření nových prostředků jak ke studiu vlastností akustického pole uzavřených prostorů, tak i k praktickému využití těchto poznatků v technice prostorové akustiky a k řešení praktických úkolů této techniky. Novým prostředkem tohoto druhu je matematický model procesu šíření a doznívání akustické energie, v němž se zákonitost stanovená objevem uskutečňuje na počítači. Dále matematický model akustického impulsu umožňuje sledovat šíření a doznívání impulsního hluku v uzavřené místnosti a hodnotit jeho účinek na osoby, vystavené jeho působení.

Metoda digitální simulace dozvukových polí [Wagner, J.: Metoda digitální simulace dozvukových polí, Informační zpravodaj VTEI — PROSTOROVÁ AKUSTIKA, IX (3), 37—82, 1973, VÚZORT Praha], simulace struktury pole a průběhu doznívání [Wagner, J.: Simulace struktury pole a průběhu doznívání, Informační zpravodaj VTEI — PROSTOROVÁ AKUSTIKA, IX (4), 47—82, 1973, VÚZORT Praha], a digitální modely dozvukových polí obecně [Wagner, J.: Digitální modely dozvukových polí, Sborník 3. pracovní konference československých fyziků Olomouc 1973, Academia Praha 1974] umožňují přesné a levné výpočty akustických vlastností uzavřených místností, v nichž se uvažují vlastnosti všech pohltivých částí stěn i rozmístění pohltivých prvků na stěnách a geometrického tvaru místnosti, což klasická teorie dozvuku nebyla schopna uvažovat.

Dalším prostředkem k řešení těchto technických otázek je digitální simulace mikrostruktury počáteční fáze dozvuku [Wagner, J.: Informační zpravodaj VTEI — PROSTOROVÁ AKUSTIKA, X (3), 21—50, 1974, VÚZORT PRAHA], která dovolila korelovat s fyzikálními procesy i subjektivní vjemy při různém akustickém obložení místnosti. Objev umož-

nil začlenit do těchto digitálních modelů akustických procesů i biologické konstanty sluchového orgánu, takže je možno při hodnocení dozvuku přihlížet i k tomu, jak jej vnímá lidské ucho [Wagner, J.: Biologické konstanty v hodnocení akustických systémů, Informační zpravodaj VTEI — PROSTOROVÁ AKUSTIKA, X (4), 47—77, 1974, VÚZORT Praha; Wagner, J.: Časové struktury v procesu doznívání energie, Informační zpravodaj VTEI — PROSTOROVÁ AKUSTIKA, XI (5), 67—111, 1975, VÚZORT Praha].

Objev přispěl k vyřešení řady technických problémů prostorové akustiky, které mají značný ekonomický význam. Vysvětlil chybu klasické poučky o sčítání zvukových pohltivostí a jejího škodlivého vlivu na hodnocení účinnosti materiálů pohlcujících zvuk a na nepřesnost akustických technických

výpočtů, které způsobovala [Wagner, J.: Paradox teorému o střední hodnotě činitele zvukové pohltivosti, Informační zpravodaj VTEI — PROSTOROVÁ AKUSTIKA, XIII (2), 49—64, 1977, VÚZORT Praha], a ukázal metodu správného postupu, založeného na využití přirozené zákonitosti šíření a doznívání akustické energie [Wagner, J.: Konfrontace teorému o střední hodnotě činitele zvukové pohltivosti s modelovým výpočtem, Informační zpravodaj VTEI — PROSTOROVÁ AKUSTIKA, XIII (2), 65—84, 1977, VÚZORT Praha].

Poznatky objevu zakládají podstatu přihlášky vynálezu spis značky PV 1927—83 o názvu Způsob uspořádání zvuk pohlcujících prvků na povrchu uzavřeného prostoru do maximálně účinné konfigurace.