ČESKOSLOVENSKÁ SOCIALISTICKÁ REPUBLIKA
(19)

ÚŘAD PRO VYNÁLEZY A OBJEVY

POPIS OBJEVU K DIPLOMU

34

Přihlášeno: 03 03 80 /PO 11-80/
Právo přednosti od 31 12 73
Zveřejněno: Acta Technica ČSAV,
18, 2, 166 až 179 /1973/

MDT 62-732.2

Uděleno: 20 02 86
Vydáno: 15 06 86

Autoři objevu: TONDL ALEŠ doc. dr. ing. DrSc., PRAHA

Název objevu: Vlastnosti limitních obálek systémů s jedním stupněm volnosti buzených harmonickou silou

Předmět objevu:

Vlastnosti limitních obálek systémů s jedním stupněm volnosti buzených harmonickou silou, spočívající v tom, že jsou invariantní vůči změně hmotnosti, tuhosti a nelinearitě, vratné síly systému a jejich průběh je ovlivněn toliko tlumením (v případě nesymetrické charakteristiky tlumení jeho symetrickou složkou) a amplitudou harmonického buzení.

Při výpočtu mechenických kmitavých systémů se většinou předpokládá lineární viskózní tlumení. Někdy se materiálové tlumení vyjadřuje pomocí imaginárního členu, tzv. komplexní tuhosti. Experimentální výsledky ukazují, že většinou náhrada viskózním lineárním tlumením neodpovídá skutečnosti. Proto někteří autoři na základě experimentálních výsledků, například měřením logaritmického dekrementu, vyjadřují závislost koeficientu viskózního tlumení na frekvenci a amplitudě kmitů pro řešení ustálených kmitů systému. Často je však třeba znát přesnější a fyzikální skutečnosti lépe odpovídající analytické vyjádření tlumení. Zejména u jednoduchých běžně vyráběných elementů jako jsou pryžové pružiny, spojky a jiné elastické členy, kde vlivem deformace členu vznikají i tlumicí síly, a které se používají jako součásti různých systémů, by bylo vhodné znát přesnější vyjádření tlumení.

Dosud používané metody vycházejí buď z měření útlumu vlastních kmitů nebo z měření hysterezní smyčky. Při použití prvého způsobu, zjišťuje-li se logaritmický dekrement, se vlastně a priori předpokládá, že tlumení je lineární viskózní a hledá se pouze příslušná hodnota koeficientu. Ten pak obecně závisí na frekvenci systému a maximální výchylce po aplikaci impulsu. Při větším útlumu pak činí potíže i reprodukovatelnost jednotlivých měření. Jestliže bylo takto vyšetřeno tlumení pro určitý element (např. pryžový element) a určitý systém, pak zjištěné tlumení nutno vztáhnout na tento systém a nikoliv vyšetřovaný

element. U druhého způsobu, kdy z měření dostaneme hysterezní smyčku, můžeme spolehlivě usuzovat pouze na intenzitu tlumení. Pro řadu analytických úvah je důležité znát nejen úroveň tlumení nebo ekvivalentní lineární tlumení, ale přímo charakteristiku nelineárního tlumení.

Takovou identifikaci tlumení především základních elementů umožňuje metoda využívající důležitých vlastností tzv. limitních obálek, jejichž zjištění je předmětem objevu. Dosud byly tyto pomocné křivky jen zřídka používány a to nikoliv k účelům identifikace tlumení, ale toliko při kvalitativní analýze nelineárních systémů, jako např. k odhadu rezonančních vrcholů apod. Bude dokázáno jaké důležité vlastnosti mají limitní obálky, které pak umožní přesnější identifikaci tlumení.

Bude ukázáno na jednoduchém systému s jedním stupněm volnosti, který je buzen harmonickou silou a je charakterizován hmotou o hmotnosti m a charakteristikou vratné a tlumicí síly. Identifikace poslední je předmětem snahy. Pro zjednodušení výkladu se předpokládá, že obě charakteristiky jsou symetrické a na systém nepůsobí konstantní zatížení. Amplituda harmonické síly je buď konstantní (P) nebo je úměrná kvadrátu budicí frekvence ω ($\varepsilon m_o \omega^2$). Pak je systém popsán diferenciální rovnicí:

$$m\ddot{y} + \kappa(|\dot{y}|,|y|)\operatorname{sgn}\dot{y} + c[1+\mu f(|y|)]y = \begin{cases} P\cos\omega t \\ \varepsilon m_o \omega^2 \cos\omega t \end{cases} \qquad (1)$$

Ustálené řešení v rezonanci se může aproximovat tvarem

$$y = A\cos(\omega t - \varphi) \qquad (2)$$

kde A je amplituda kmitu a φ je úhel posunutí. Zavedením posunutí počátku času o hodnotu $t_o = \varphi/\omega$ dostaneme na pravé straně rovnici (1) místo $\cos\omega t$ výraz $\cos(\omega t + \varphi)$ a ustálené řešení bude mít tvar $y = A\cos\omega t$. Např. metodou harmonické rovnováhy se dostane pro určení A, tyto rovnice:

$$A[c + \mu F(A) - m\omega^2] = \begin{cases} P\cos\varphi \\ \varepsilon m_o \omega^2 \cos\varphi \end{cases} \qquad (3)$$

$$K(\omega A, A) = \begin{cases} P\sin\varphi \\ \varepsilon m_o \omega^2 \sin\varphi \end{cases} \qquad (4)$$

kde

$$F(A) = \frac{\omega}{\pi}\int_0^{2\pi/\omega} f(|A\cos\omega t|)\cos^2\omega t \; dt$$

$$K(\omega A, A) = \frac{\omega}{\pi}\int_0^{2\pi/\omega} \kappa(|-\omega A\sin\omega t|, |A\cos\omega t|)\,\frac{2\sin\omega t}{|\sin\omega t|}\; dt$$

Za předpokladu, že $\kappa(|\dot{y}|,|y|) > 0$ je $K(\omega A, A) > 0$ a platí $\sin\varphi > 0$, tj. $0 < \varphi < \pi$ Rezonanční křivka musí tedy probíhat v rovině A, ω jen v oblasti ohraničené křivkou definovanou rovnicí:

$$K(\omega A, A) = \begin{cases} P \\ \varepsilon m_o \omega^2 \end{cases} \qquad (5)$$

které se pouze dotkne v bodě, kdy $\varphi = \pi/2$ (90^{o}). Lze snadno nahlédnout, že je to oblast mezi osou ω a křivkou určenou rovnicí (5). Rovnice (5) definuje křivku, která se nazve limitní obálkou. Dotykový bod rezonanční křivky s limitní obálkou je totožný s průsečíkem limitní obálky se skeletovou křivkou definovanou rovnicí (položíme-li v rovnici (3), že cos $\varphi = 0$

$$c + F(A) - m\ \omega^2 = 0 \qquad (6)$$

Průsečík limitní obálky a skeletové křivky určuje tedy ten bod rezonanční křivky, kdy fázový úhel $\varphi = 90^{o}$ (viz. obr. 1), kde $A(\omega)$ - rezonanční křivka, $A_L(\omega)$ - limitní obálka, $A_s(\omega)$ - skeletová křivka. Z rovnice (5) definující limitní obálku je patrno, že tato není závislá na hmotnosti systému m ani na charakteristice vratné síly. Je pouze závislá na charakteristice tlumicí síly a na amplitudě harmonického buzení (viz též: A. Tondl: Some properties of nonlinear system charakteristics and thier applic tion to damping identification, Acta Technica ČSAV, 1973, No.2, str. 166 až 179, kde je také podrobně popsána vlastní metoda identifikace). Z toho plynou tyto důležité vlastnosti limitní obálky:

1. Limitní obálka je invariantní vůči změně hmotnosti, tj. pro různé hodnoty m všechny rezonanční křivky se dotýkají jediné limitní obálky (viz obr. 2), kde $A(\omega)$ - rezonanční křivky, $A_L(\omega)$ - limitní obálka.

2. Limitní obálka je rovněž invariantní vůči změně jak lineární tuhosti, tak nelinearitě pružiny (viz obr. 3), kde $A(\omega)$ - rezonanční křivky, $A_s(\omega)$ - skeletové křivky, $A_L(\omega)$ - limitní obálka.

Pro případ nesymetrické charakteristiky vratné síly zůstává vlastnost (1) splněna. Rovněž je splněna i pro případ nesymetrické charakteristiky tlumení a to pro její symetrickou složku (viz. A. Tondl: Limitní obálky systémů s nesymetrickými charakteristikami, Strojnický časopis, XXXI, 1979, čís. 6).

Objevení těchto vlastností limitních obálek vedlo autora k návrhu na využití limitních obálek (lze je experimentálně stanovit) k identifikaci tlumení. Hodí se zejména pro identifikaci tlumení základních elementů jako jsou např. tlumiče, pružné pryžové členy, torzní spojky apod. Tento způsob umožňuje stanovit charakter tlumení a jeho analytické vyjádření, je správnější oproti metodám, které určují ekvivalentní koeficient lineárního tlumení, který je pak závislý na amplitudě kmitů a frekvenci. Při experimentálním určení limitní obálky se využívají ustálení vynucené kmity, což je výhodnější než metoda používající doznívající vlastní kmity.

Metoda identifikace založená na výše uvedených vlastnostech limitních obálek byla již v ČSSR využita. Jako prvé pracoviště lze uvést Ústav mechaniky strojov SAV, Bratislava, kde této metody bylo použito především pro identifikaci tlumení vznikajícího při deformaci vrstveného nosníku na jejich styčných plochách. Svědčí o tom zejména tyto publikace:

V. Giba: The identification of the damping and elastic properties of a mechanical system with constructional damping, Proceedings of the XIth Conference Dynamics of Machines, Academia, Praha 1977, str. 111 až 116.

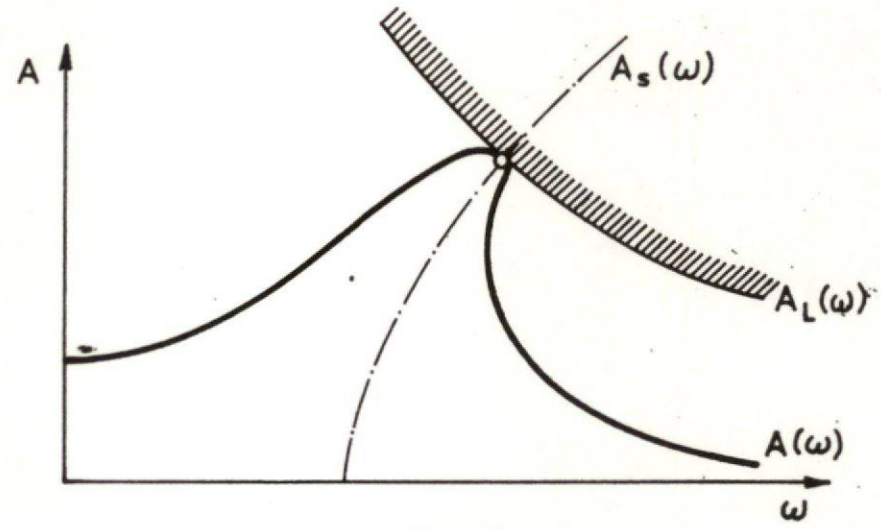
A. Giba; J. Hergott, D. Laciak: Identifikacia nelineárnej sústavy s jedným stupňom volnosti, Strojnický časopis, XXIX, 1978, čís. 5, str. 521 až 528.

Dalším pracovištěm, kde byla metoda použita, je výzkumný ústav ČKD - Praha, záv-Lokomotivka, jak o tom svědčí publikace:

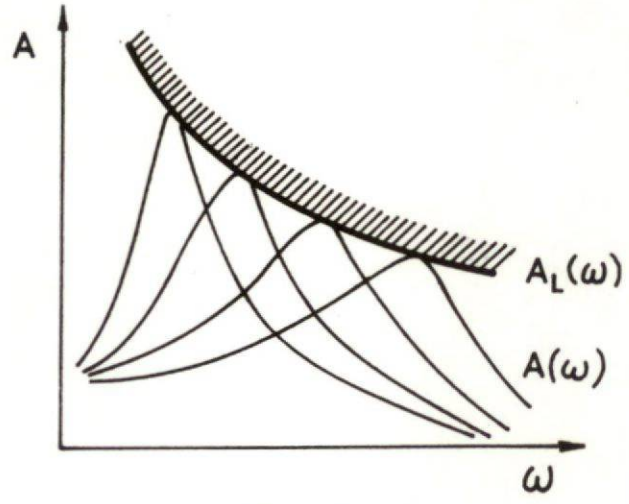
V. Zoul: Damping charakteristics of non-linear flexible rubber coupling, Zborník referátov XII. konf. Dynamika strojov, Ústav mechaniky SAV, Bratislava 1979, str. 817 až 828.

Také v SVÚSS-Běchovice bylo započato se systematickým výzkumem tlumení a to především s ohledem na pryžové elementy (ved. úkolu Ing. J. Svačina, Csc.). Po výzkumu různých metod bylo rozhodnuto využít k identifikaci tlumení metodu založenou na využití vlastností limitních obálek. Bylo navrženo a vyrobeno zkušební zařízení a započato s experimentálním výzkumem. Současně byla metoda ověřena na analogovém počítači a to s ohledem na vliv nelinearity pružiny (tvrdnoucí a měknoucí charakteristika), nesymetrii charakteristik vratné síly a tlumení a předpětí pro různé tlumení. Byly porovnány limitní obálky zjištěné analyticky s obálkami získanými řešením na analogovém počítači.

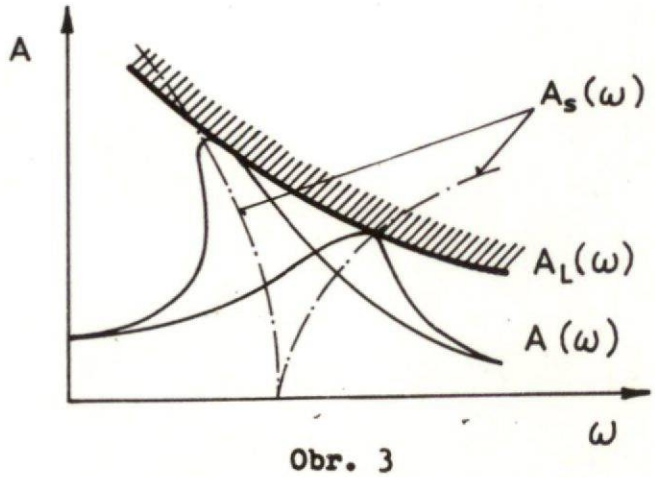
Ze srovnání vyplynula velmi dobrá shoda kvalitativní. Pro symetrické charakteristiky je nepatrný i rozdíl kvantitativní. Menší kvantitativní rozdíl se vyskytl u případů nesymetrických charakteristik vratné síly a tlumení. Poněkud větší rozdíl kvantitativní byl zjištěn pouze při identifikaci nesymetrické složky tlumení. (Viz. J. Svačina, V. Fiala: Ověření metody limitních obálek pro identifikaci tlumení, Strojnícky časopis, XXXI, 1980, čís. 3, str. 319 až 330).



Obr. 1



Obr. 2



Obr. 3