POPIS OBJEVU K DIPLOMU ČÍS.	47
Přihlášeno: 30.05.85 /PO 38 -85/ Právo přednosti od 30.05.85 Zveřejněno: Stavebnícky časopis č.7/86, str. 557 - 576 Uděleno: 30 11.1988 Vydáno:	MDT 539.3/4

Autor objevu: Hýža Milan, Ing., CSc., Praha

Název objevu: Zákonitost mezi tloušťkou stěny a souřadnicí bodů střednice, rovnoběžnou s rovinou ohybového momentu, symetrických ohybově nedeplanabilních průřezů konstrukčních prvků nosníkového typu

Předmět objevu:

Zákonitost mezi tloušťkou stěny a souřadnicí bodů střednice, rovnoběžnou s rovinou ohybového momentu, symetrických ohybově nedeplanabilních průřezů konstrukčních prvků nosníkového typu, vyjádřená nelineární funkcionální rovnicí

$$\dot{z}\, t \int_0^{S/2} \left(\int_0^{\xi} z\, t\, d\nu \right)^2 \frac{d\xi}{t} + \int_0^{s} z\, t\, d\nu \int_0^{S/2} z^2\, t\, d\nu = 0 ,$$

kde $s \in \langle 0 ; S/2 \rangle$ je délka úseku střednice, určující polohu bodů na střednici,

S = délka střednice průřezu,

t = tloušťka stěny průřezu v bodě střednice určeném odlehlostí s,

z = souřadnice bodu střednice v odlehlosti s, rovnoběžná s rovinou ohybového momentu a

$$\dot{z} = \frac{dz}{ds} .$$

Z teoretického i experimentálního výzkumu lineární elastostatické odezvy při ohybu relativně krátkých tenkostěnných konstrukčních prvků nosníkového typu je známo, že na jejich přetvoření i membránovou napjatost mají značný vliv smykové deformace střednicové plochy. Tento jev bezprostředně souvisí s otázkou ohybové deplanability průřezů, tj. jejich vlastnosti vybočovat ze své původní roviny vlivem proměnnosti smykového toku po střednici průřezu. V důsledku stísnění této deplanace, k němuž dochází zvláště ve vetknutých průřezech a v průřezech s náhlými změnami zatížení nebo vnitřních sil, se napjatost v uvedených místech často výrazně liší od výpočtů podle klasické teorie ohybu nosníků, spočívající na Bernoulli - Navierově hypotéze zachování rovinnosti průřezů. Při zabránění, příp. omezení volné

deplanace průřezů vznikají druhotná osová membránová napětí, tvořící v každém průřezu rovnovážnou soustavu vnitřních elementárních sil, jež se superponují s prvotní membránovou napjatostí, příslušnou fiktivnímu přetvoření při volné deplanaci průřezů. Maximální výsledné osové membránové napětí může být proto podstatně větší a to zvláště u konstrukcí s malou štíhlostí /např. Kuhn P.: "Stresses in Aircraft and Shell Structures", McGraw - - Hill, New York, 1956, 435 s./. Uvedený jev, který lze výstižně zvát stísněným ohybem /Kan S. N.: "Stroitělnaja mechanika obolček", Mašinostrojenije, Moskva, 1966, 508 s./, bývá označován též jako smykové ochabnutí (shear-lag, stress diffusion) /např. Reissner E.: "Analysis of Shear-Lag in Box Beams by the Principle of Minimum Potential Energy", Quart. Appl. Math., Vol. 4, č. 3, 1946, s. 268 - 278, Moffatt K. R. a Dowling P. J.: "Shear-Lag in Shell Box Girder Bridges", The Structural Engineer, 53, č. 10, 1975, s. 439 - 448/ a u nosníků s obvyklým skříňovým průřezem, resp. s průřezem I, T, je často interpretován jako problém spolunosné (účinné) šířky širokých pásů (mittragende Breite, effective width) /např. Klöppel K. a Thiele F.: "Analytische und experimentelle Ermittlung der Spannungsverteilung in kastenförmigen Biegequerschnitten mit Konsolen bei örtlicher Krafteinleitung (Mittragende Breite)", Der Stahlbau, 5 (1966), s. 152 - 156, Schroeder F. H.: "Die näherungsweise Berücksichtigung der mittragenden Breite bei Spannungs-, Stabilitäts- und Schwingungsproblemen", Ingenieur-Archiv, XXXVI, Band 1967, s. 79 - 99, Schindler A.: "Problémy smykového ochabnutí v revidované ČSN 73 6205", Stavebnícky časopis, 30, č. 10, 1982, s. 799 - 813,

Tesár A. a Popov V.: "K voprosu o něravnoměrnosti raspredělenija naprjaženij v sečenijach stalnych korobčatych proletnych strojenij mostov", Stavebnícky časopis, 32, č. 4, 1984, s. 303 - 313/. Smykové ochabnutí může vést ke snížení únavové životnosti uvedených konstrukčních prvků resp. jejich únosnosti při nízké křehké pevnosti /např. Subcommittee on Box Girder Bridges, ASCE - AASHO Committee on Flexural Members, "Trends in the Design of Steel Box Girder Bridges", J. of the Structural Division, ASCE, Vol. 93, č. ST 3, June 1967, Albrecht P., Fisher J. W.: "An Engineering Analysis of Crack Growth at Transverse Stiffeners", Mémoires AIPC, 35-I, 1975, s. 1 - 22, Gorpičenko V. M. a Kulkova N. N.: "Ustalostnaja pročnosť tonkostěnnych korobčatych balok", Věstnik mašinostrojenija, č. 3, 1976, s. 30 - 33/ a navíc zvyšuje nebezpečí ztráty lokální stability /Malcolm D. J. a Redwood R. G.: "Shear-Lag in Stiffened Box Girders", J. of the Structural Division, ASCE, Vol. 96, č. ST 7, July 1970, s. 1403 - 1419/. Vliv stísnění ohybové deplanace průřezů tenkostěnných nosníků s relativně malou štíhlostí se tedy může nepříznivě projevit zvláště u konstrukcí svařovaných.

Z teoretických prací autora /např. "Zum Problem der Biegung bei dünnwandigen Balken mit Rücksicht auf Wölbschubverformungen", Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik (ZAMM), Vol. 55, č. 12, Dec. 1975, s. 764 - 766, "Napjatost a přetvoření při ohybu a kroucení relativně krátkých nosníků s tuhým skříňovým průřezem", výzk. zpráva SVÚSS-83-02015, 107 s./, i z jejich experimentálního ověření /např. Truhlář J. a Hýča M.: "Experimentální ověření teorie stísněného ohybu", XIV. národní konference Experimentální analýza napětí, ÚTAM - ČSAV, Praha, září 1976, 32 s./,

vyplývá, že maximální osové membránové napětí a relativní délka jeho útlumové oblasti ve směru osy nosníku jsou rostoucí funkcí ohybové deplanability průřezu, jež závisí pouze na tvaru průřezu. Lze proto očekávat, že volbou vhodného tvaru průřezu bude možné dosáhnout snížení největší membránové napjatosti a tím vytvořit předpoklad ke zvýšení únosnosti uvažovaných konstrukčních prvků s předepsanou hmotností (velikostí průřezové plochy), resp. k zajištění požadované únosnosti při nižší hmotnosti, ve srovnání s průřezy obvyklého tvaru (např. □ , I , [ ],][a j.), jež jsou při ohybu silně deplanabilní.

Význam problematiky ohybové nedeplanability tenkostěnných průřezů konstrukčních prvků nosníkového typu je dán závažností smykového ochabnutí při ohybu, jež je zřejmá již z mimořádného počtu relevantních prací publikovaných u nás i v zahraničí v posledních desetiletích i ze zakotvení příslušných podkladů v normativních předpisech pro výpočet ocelových konstrukcí (např. ČSN 73 6205, ČSN 73 1404, DIN 1073, TGL 13460, IS:4623-1967, BS 5400 a j.). Vzdor tomu však tato problematika dosud nebyla dostatečně zpracována. Při předepsaném tvaru střednice ji studoval D. Williams /"An Introduction to the Theory of Aircraft Structures", E. Arnold Ltd., London, 1960, 448 s./, který odvodil podmínku ohybové nedeplanability eliptických tenkostěnných průřezů leteckých konstrukcí s podélnými výztuhami, umožňující určit proměnnost rozteče těchto výztuh. Možnost zmenšení nepříznivého vlivu smykového ochabnutí u pravoúhlých skříňových průřezů, jehož lze dosáhnout odstupňovaným zvětšením tloušťky pásů v blízkosti spojení se stojinami, byla vyšetřována Vl. Křístkem, J. Studnič-

kou a M. Škaloudem /"Shear-Lag in Wide Flanges of Steel Bridges", Acta Technica ČSAV, č. 4, 1981, s. 464 - 488/.

Problematika ohybové nedeplanability tenkostěnných průřezů konstrukčních prvků nosníkového typu bez nutnosti apriorního omezení tvaru jejich střednice byla řešena autorem ve Státním výzkumném ústavu pro stavbu strojů v Praze - Běchovicích. Východiskem těchto prací, provedených v rámci hospodářských smluv s k.p. ŠKODA Plzeň a státních úkolů P 14-123-202 (Komplexní výpočtové metody pro konstrukci strojů a optimalizaci technické úrovně při zadané spolehlivosti) a P 14-123-401 (Racionalizace konstrukcí rozhodujících uzlů vybraných strojů), byla anticipace ohybové nedeplanability tenkostěnných průřezů jako jejich potenciální vlastnosti, závislé na tvaru střednice a průběhu tloušťky stěny po střednici, jež umožnila matematickou kvantifikaci podmínky ohybové nedeplanability těchto průřezů /Hýča M.: "Teorie ohybu a smyku přímých tenkostěnných konstrukcí", výzk. zpráva SVÚSS-73-01023, 172 s., "Kritérium pro optimalizaci průřezů tenkostěnných nosníků s malou štíhlostí při namáhání ohybem", sborník ze semináře Optimalizačné metódy navrhovania oceľových konštrukcií, Vysoké Tatry - Stará Lesná, december 1978, s. 75 - 84, "Lineární elastostatika tenkostěnných nosníků s otevřeným průřezem při malé štíhlosti a optimalizace tvaru průřezu při ohybu", výzk. zpráva SVÚSS-82-02010, 109 s./.

Předmětem objevu je zákonitost mezi tloušťkou stěny a souřadnicí bodů střednice, rovnoběžnou s rovinou ohybového momentu, symetrických ohybově nedeplanabilních průřezů konstrukčních prvků nosníkového typu. Je vyjádřena nelineární funkcionální rovnicí,

jež představuje funkcionální podmínku ohybové nedeplanability těchto průřezů. Uvažujme prizmatický tenkostěnný nosník se symetrickým otevřeným nebo uzavřeným průřezem podle obr. 1, s libovolnými okrajovými podmínkami a zatížením $p_z(x)$ s libovolnými nespojitostmi. V rámci lineární elastostatiky homogenního a izotropního kontinua a za předpokladů, že a) ohybovou tuhost stěn je možné zanedbat (předpokládáme pouze membránovou napjatost), b) příčné výztuhy (diafragmata) mají nekonečnou tuhost membránovou a nulovou tuhost deskovou (takže zaručují nedeformovatelnost průřezů v jejich rovině ale nebrání deplanaci, tj. přetvoření ve směru kolmém k rovině průřezů), c) přetvoření konstrukce se tedy skládá z posunutí a pootočení rovinných průřezů, ve své rovině nedeformovaných a z jejich deplanace a d) stěny jsou neboulivé a jejich tloušťka, libovolně proměnná po střednici průřezu, je malá ve srovnání s rozměry střednice, lze pak odvodit funkcionální podmínku ohybové nedeplanability průřezů souměrných podle osy z /Hýča M.: "A Functional Condition for Zero Warping of Cross-Sections of Thin-Walled Beams under Bending", Acta Technica ČSAV, č. 2, 1984, s. 151 - 176/ ve tvaru

$$\dot{z}\, t \int_0^{S/2} \left(\int_0^{\xi} z\, t\, d\nu \right)^2 \frac{d\xi}{t} + \int_0^{s} z\, t\, d\nu \int_0^{S/2} z^2\, t\, d\nu = 0 , \qquad (1)$$

kde $s \in \langle 0 ; S/2 \rangle$ je délka úseku střednice, určující polohu bodů na střednici,

S = délka střednice průřezu,

t = tloušťka stěny průřezu v bodě střednice určeném odlehlostí s,

z = souřadnice bodu střednice v odlehlosti s, rovnoběžná s rovinou ohybového momentu a

$$\dot{z} = \frac{dz}{ds} .$$

Rovnice (1) je nutnou podmínkou ohybové nedeplanability uvažovaných průřezů při ohybu v rovině x-z, nezávislou na průběhu zatížení ani na okrajových podmínkách nosníku.

Na základě rovnice (1) a se zřetelem k podmínce

$$\int_0^{S/2} z\, t\, ds = 0 \qquad (2)$$

(statický moment průřezu k jeho hlavní centrální ose y musí být roven nule), jež spolu s rovnicí (1) představuje nutné a postačující podmínky ohybové nedeplanability uzavřených i otevřených průřezů souměrných podle osy z, lze dále odvodit kontrahující zobrazení /Hýča M.: "Optimalizace prizmatických tenkostěnných nosníků namáhaných ohybem", Strojnícky časopis, XXVI, 1975, č. 3, s. 265 - 280, "Which Cross-Sections will not Warp under Bending", Proceedings of the Nineteenth Midwestern Mechanics Conference, September 1985, The Ohio State University, Columbus, Ohio, USA, 2 s./, jejichž diskretizované obrazy umožňují výpočet z-ové souřadnice střednice uvažovaných ohybově nedeplanabilních průřezů s předepsaným diskretizovaným průběhem tloušťky stěny, nebo naopak, výpočet průběhu tloušťky stěny po střednici těchto průřezů s předepsaným diskretizovaným tvarem střednice. Předepsaný průběh z-ové souřadnice střednice však musí splňovat tzv. podmínky přípustnosti tvaru střednice ohybově nedeplanabilních průřezů

/Hýča M.: "Numerical Treatment of the Problem of Optimization of Thin-Walled Beam Cross-Sections under Bending", Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Architektur und Bauwesen Weimar, 23. J., 1976, Heft 3, s. 261 - 264/

$$\dot{z}(0) = \dot{z}(S/2) = 0,$$
$$\dot{z}(s \in (0;S/2)) < 0, \qquad (3)$$

jež jsou formulovány rovněž na základě funkcionální rovnice (1).

Řešení $t(s) > 0$ funkcionálního problému (1) - (2), zajišťující ohybovou nedeplanabilitu průřezů, tedy existují pouze pro takové tvary střednice, jejichž z-ová souřadnice splňuje podmínky (3). Příklady těchto střednic jsou uvedeny v /Hýča M.: Strojnícky časopis, XXVI, č. 3, 1975, s. 265 - 280/. Platí tedy i naopak, že průřezy, jejichž střednice nesplňuje podmínky (3), budou při ohybu nosníků v rovině x-z deplanovat vždy, tj. nezávisle na průběhu tloušťky stěny po střednici. Jako příklad lze uvést průřezy typu $\square$, I, T a $\sqcap$. Podmínky (3) lze tedy interpretovat (též jako) nutné podmínky pro tvar střednice symetrických ohybově nedeplanabilních vyztužených průřezů /Hýča M.: Acta Technica ČSAV, 1984, č. 2, s. 151 - 176/.

Zbývající souřadnice bodů střednice hledaného ohybově nedeplanabilního průřezu lze určit výpočtem podle diskretizovaného vzorce

$$y(s) = y(0) \pm \int_0^s \sqrt{1 - \dot{z}^2(\nu)}\, d\nu , \qquad s \in \langle 0 ; S/2 \rangle . \qquad (4)$$

Existence a jednoznačnost řešení rovnice (1) byla teoreticky dokázána pouze při předepsaném $t(s) \equiv$ konst. /Hýča M.: korespondence s Dr. F. Naundorfem, Rechenzentrum der Universität Heidelberg, 1974/. Přesné řešení rovnice (1) je v tomto případě

$$z(s) = z(0).\cos 2\pi\frac{s}{S}. \qquad (5)$$

Nejjednodušším příkladem střednice příslušného ohybově nedeplanabilního průřezu je tedy kružnice. Při daném $t(s) \neq$ konst., nebo při předepsaném přípustném tvaru střednice (tj. při předepsaném odpovídajícím průběhu souřadnice $z(s)$), nebyl důkaz existence a jednoznačnosti řešení rovnice (1) dosud proveden. V těchto případech již není možné, vzhledem ke složitosti, řešit zmíněnou rovnici v uzavřeném tvaru. Na existenci a jednoznačnost spojitých řešení zde lze usuzovat z existence a jednoznačnosti příslušných diskretizovaných řešení, určených při zvolené výchozí aproximaci hledané funkce /Hýča M.: Wiss. Z. der Hochschule für Architektur und Bauwesen Weimar, 23. J., 1976, H. 3, s. 261 - 264/.

Jednoznačnost řešení $z(s)$, stanoveného při libovolně předepsaném diskretizovaném průběhu tloušťky stěny $t(s)$ a při diskretizované počáteční aproximaci $^{o}z(s)$ volené podle (5), však neimplikuje jednoznačnost tvaru střednice nedeplanabilního průřezu, což je přímým důsledkem skutečnosti, že ve funkcionální podmínce ohybové nedeplanability (1) nevystupuje y-ová souřadnice střednice: jsou zde proto nejméně ještě tři stupně volnosti, dané volitelností integrační konstanty $y(0)$, délky obvodu střednice $S \geq S_{min}$ (kde S_{min} je nejmenší možná délka střednice hledaného

průřezu, již lze určit z podmínky existence reálného integrandu v rovnici (4) při zvolené diskretizaci /Hýča M.: Strojnícky časopis XXVI, 1975, č. 3, s. 265 - 280/ a libovolnou možností změn znaménka v rovnici (4) (alespoň v jednom bodě každé z obou souměrných polovin střednice). Ohybově nedeplanabilní průřez, charakterizovaný funkcemi z(s) a t(s), jež splňují rovnici (1) i podmínku (2), tedy může mít teoreticky alespoň ∞^3 různých tvarů střednic.

S cílem prokázat možnost eliminace vysokých špiček osového membránového napětí v rozích průřezů obvyklých skříňových nosníků s malou štíhlostí, jíž lze dosáhnout při užití ohybově nedeplanabilních průřezů, vypočtených na základě rovnice (1), byly vyšetřovány, experimentálně tenzometrickým měřením /Jaroš P. a Matoušek B.: "Experimentální ověření teorie optimalizace průřezu tenkostěnných skříňových nosníků namáhaných ohybem", výzkumná zpráva SVÚSS-84-02118, 18 s./ i numericky, pomocí teorie lomenic /Křístek Vl.: "Theory of Box Girders", J. Wiley, N. York, 1979/, dva relativně krátké prostě podepřené nosníky z organického skla, vyztužené diafragmaty, zatížené silou uprostřed rozpětí:

a) nosník se srovnávacím pravoúhlým (silně deplanabilním) průřezem podle obr. 2,

b) nosník s teoreticky ohybově nedeplanabilním průřezem ($S = S_{min}$, $y(0) = 0$, v rovnici (4) znaménko + při $s \in \langle 0 ; S/4 \rangle$, resp. - při $s \in (S/4 ; S/2 \rangle$), schematicky znázorněným na obr. 3, se stejným průběhem tloušťky stěny a stejnou průřezovou plochou, tj. i stejnou hmotností.

Omezení tenkostěnnosti bylo dáno možnostmi při výrobě zkušebních nosníků v dílnách ve SVÚSS.

Tvar střednice ohybově nedeplanabilního průřezu, jehož prvý kvadrant je znázorněn detailně v pravé polovině obr. 4, byl vypočten numerickým řešením funkcionální rovnice (1) s podmínkou (2) při předepsaném průběhu tloušťky stěny t(s), shodném s průběhem tloušťky stěny u srovnávacího průřezu podle obr. 2 (viz též levá polovina obr. 4) a při požadavku stejné délky střednice obou průřezů (S_{min} = 600 mm), tj. i stejné velikosti jejich průřezových ploch, resp. stejných hmotností obou nosníků. Tvar střednice tohoto ohybově nedeplanabilního průřezu je určen pravoúhlými souřadnicemi

$$z_i = z(s = s_i), \qquad y_i = y(s = s_i), \tag{6}$$

kde

$$s_i = \frac{S\,i}{4\,n}, \qquad i = 0, 1, \ldots, n, \tag{7}$$

přičemž $n = 30$ je počet subintervalů, na který je rozdělena čtvrtina délky střednice S. Souřadnice z_i a y_i, vypočtené pomocí numerických algoritmů podle autorových prací /Hýča M.: Strojnícky čas., XXVI, 1975, č. 3, s. 265 - 280 a Wissenschaftliche Z. der Hochschule für Architektur und Bauwesen Weimar, Vol. 23, č. 3, 1976, s. 261 - 264/ při výchozí diskretizované aproximaci z-ové souřadnice ve tvaru

$$^{o}z_i = {}^{o}z_o \cdot \cos\frac{\pi\,i}{2\,n}, \tag{8}$$

jež plyne při $^{o}z(s) \equiv z(s)$ podle (5) při diskretizaci (7), jsou uvedeny v tabulce 1.

Různé tvary střednice teoreticky ohybově nedeplanabilních průřezů se stejným požadovaným průběhem tloušťky stěny, stanovené uvedeným postupem při $S = S_{min}$, různých hodnotách integrační konstanty $y(0)$ a při různé volbě znaménka ve vzorci (4), jsou schematicky znázorněny v obr. 5. Průřezy s těmito střednicemi jsou, v rámci zjednodušujících předpokladů, přijatých při odvození zákonitosti (1), při ohybu nosníků v rovině x-z z hlediska přetvoření i napjatosti ekvivalentní.

Nosník se srovnávacím pravoúhlým skříňovým průřezem byl zhotoven slepením jednotlivých pásů a stojin předepsané tloušťky. Nosník s teoreticky ohybově nedeplanabilním průřezem podle obr. 3 byl sestaven ze dvou částí s dělící rovinou $z = 0$, obrobených ze silnostěnných bloků organického skla pomocí numericky řízené frézky MAHO MH-C700 CNC s kulovou frézou. Ostatní díly nosníků byly obráběny obvodově. Detail přechodu v místě změny tloušťky stěny teoreticky nedeplanabilního průřezu, určený geometrií nástroje, je v pravé polovině obr. 4. Lepení obou nosníků bylo provedeno polymeračním tmelem Kalloplast (VEB Spezialchemie Leipzig).

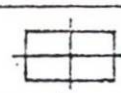
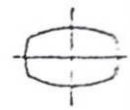
Zatěžovací síly, resp. podporové reakce nosníků, byly vnášeny v místech příslušných diafragmat pomocí roznášecích destiček z organického skla (tloušťka stejná jako u diafragmat), jejichž tvar byl ekvidistantní k obrysu průřezu, přičemž do vzniklé mezery byly vloženy gumové pásky pro zajištění rovnoměrnějšího přenosu síly na celé diafragma.

Tabulka 1

i	t_i [mm]	z_i [mm]	y_i [mm]
0	8	72,4	0
1	"	72,4	5
2	"	72,2	10
3	"	71,9	15
4	"	71,4	20
5	"	70,8	24,9
6	"	70,1	29,9
7	"	69,3	34,8
8	"	68,4	39,7
9	"	67,3	44,6
10	"	66,1	49,5
11	"	64,8	54,3
12	"	63,4	59,1
13	"	61,8	63,8
14	"	60,2	68,6
15	"	58,4	73,2
16	"	56,6	77,9
17	"	54,6	82,5
18	"	52,5	87
19	"	50,4	91,5
20	6	47,8	95,6
21	4	43,9	98,8
22	"	39,3	101
23	"	34,5	102,5
24	"	29,7	103,9
25	"	24,8	105
26	"	19,9	106
27	"	15	106,7
28	"	10	107,2
29	"	5	107,5
30 (=n)	"	0	107,6

Experimentální zjištění největší membránové napjatosti obou zkušebních nosníků, vyztužených diafragmaty z organického skla, bylo provedeno prostřednictvím měření napětí na vnějším a vnitřním povrchu těchto nosníků. Cejchování epruvet obdélníkového průřezu, vyrobených ze stejného organického skla jako modely, se uskutečnilo při rovnoměrném jednoosém tahu na trhacím stroji FM-1000 a při namáhání čistým ohybem pomocí přípravku na cejchování konstanty úměrnosti tenzometrů. Oběma způsoby byly takto na obou materiálech stanoveny efektivní hodnoty elastických konstant E a μ, které v sobě zahrnují všechny potřebné korekce, týkající se vzájemné interakce modelového materiálu a drátkového odporového tenzometru. Do interakce lze zahrnout výztužný efekt tenzometru na nízkomodulový materiál, přenosové vlastnosti vrstvy tmelu a podložky i vlastní deformační citlivost měrného vinutí. Navíc lze při měření v konstantním časovém intervalu po zatížení (odlehčení) minimalizovat i nepříznivý vliv tečení organického skla na přesnost měření, je-li stejný časový interval dodržen i při vlastním měření. Na základě zkušeností byl zvolen tento interval 1 min. po zatížení a 2 min. po odlehčení. Efektivní elastické konstanty E a μ, zahrnující všechny uvedené vlivy, jsou v tabulce 2.

Tabulka 2

	Průřez 		Průřez 
	Pásnice	Stojiny	
Youngův modul pružnosti E [MPa]	3 337	3 383	3 294
Poissonovo číslo μ [1]	0,348	0,340	0,350

Experimentální stanovení poměrných deformací bylo provedeno v blízkosti extrémně namáhaného průřezu, tj. v oblasti největšího ohybového momentu. S ohledem na příčnou i podélnou symetrii obou vyšetřovaných nosníků byla měřená místa zvolena podle obr. 6. Řez č. 1, umístěný co nejblíže ke střednímu diafragmatu (v odlehlosti 5,5 mm), byl osazen na vnějším (místa 5 až 10) i na vnitřním (místa (1) až (4)) povrchu nosníků. Řez č. 2 (místa 11 až 14) a řez č. 3 (místa 15 až 18) byly osazeny pouze na vnějším povrchu, aby s ohledem na kapacitu měřicí ústředny Peekel celkový počet tenzometrů nepřesáhl 50. Souřadnice, uvedené na obr. 6, platí i pro nosník s ohybově nedeplanabilním průřezem podle obr. 3, s tím rozdílem, že kóty ve směru souřadných os y resp. z jsou zde měřeny po obvodě střednicové plochy nosníku. Místa na vnitřním povrchu jsou uvedena v závorkách.

Vzhledem k dvojosé napjatosti na vnějším i vnitřním povrchu nosníků by bylo vhodné při měření užít miniaturních tenzometrických růžic, které však musely být z důvodu nedostupnosti nahrazeny tuzemskými jednoduchými snímači typu Mikrotechna SSM 120 s rozměry měrného vinutí 1,25 mm x 1 mm a hodnotou příčné citlivosti $\varkappa = 0{,}05$. S přihlédnutím k podélné i příčné souměrnosti obou uvažovaných nosníků nebylo nutno sestavovat z těchto snímačů růžice (resp. kříže) přímo v místech podle obr. 6: při využití tří čtvrtin (resp. obou polovin) nosníků, vydělených příčnou a svislou podélnou (resp. pouze příčnou) rovinou souměrnosti, stačilo v zrcadlově položených bodech těchto tří čtvrtin (resp. polovin) umístit tenzometry vždy pouze v jednom ze směrů obvyklé pravoúhlé růžice (resp. kříže), tj. ve směru x, s a pod úhlem

45^{o} (resp. pouze ve směru x a s). Skutečné rozmístění tenzometrů je na obr. 7, odkud při označení podle obr. 6 vyplývá, že v místech (1), 5, 11 a 15 jsou tenzometrické kříže a v ostatních místech tenzometrické růžice. Zařazení snímačů do příslušných růžic (resp. křížů) bylo zajištěno jejich zapojením v měřicí ústředně, ovládané počítačem PDP-11.

Oba nosníky byly měřeny při stejné zatěžovací posloupnosti, a to 0, 500, 0, 1000, 0, 1500, 0, 2000, 0 /N/. Zatížení bylo vyvozováno pomocí závaží na konci jednozvratné páky s násobícím poměrem 10 : 1.

Nejdříve bylo měřeno v horní polovině nosníků, druhé měření bylo provedeno po jejich pootočení kolem podélné osy x o 180^{o}. Při každém zatěžovacím stupni se měřilo vždy až po 1 -minutové prodlevě, při odlehčení po 2 -minutové prodlevě. Celé měření proběhlo dvakrát a bylo vyhodnoceno pomocí lineární regrese.

Hlavním cílem experimentů bylo stanovení velikosti a průběhu membránového osového napětí

$$\sigma_x(x,s) = \frac{\sigma_x^e(x,s) + \sigma_x^i(x,s)}{2} \qquad (9)$$

v pásech pravoúhlého skříňového průřezu, resp. v odpovídajících částech skořepinového pláště průřezu teoreticky ohybově nedeplanabilního, v blízkosti průřezu s největším ohybovým momentem. σ_x^e a σ_x^i jsou normálná osová napětí, vznikající superpozicí membránové a ohybové napjatosti na vnějším (e) a vnitřním (i) povrchu stěn nosníků, určená na základě tenzometrického měření. Lineárně

interpolované průběhy bezrozměrného membránového napětí $\sigma_x(x,\varepsilon) . l^2/P$ u obou nosníků v průřezu v odlehlosti x = 244,5 mm = 0,98 .(1/2) jsou znázorněny silnými čarami v obr. 8. Z obrázku vyplývá, že největší zjištěné hodnoty napětí σ_x podle (9), vznikající v blízkosti okrajů taženého resp. tlačeného pásu pravoúhlého skříňového průřezu v důsledku smykového ochabnutí, lze při užití teoreticky ohybově nedeplanabilního průřezu se stejným průběhem tloušťky stěny a stejnou velikostí průřezové plochy, vypočtenému na základě rovnice (1), podstatně snížit, a to v daném případě na straně taženého pásu více než 2,4 -krát, resp. na straně tlačeného pásu více než 3,2 -krát. Prakticky stejné výsledky jsme dostali též při numerickém výpočtu podle teorie lomenic. Zákonitost (1), jež je předmětem objevu, lze považovat tímto za prokázanou.

Vzhledem k tomu, že pro oceli je podle /Köster W. a Franz H.: "Poisson´s Ratio for Metals and Alloys", Metallurgical Reviews, sv. 6, 1961, č. 21, s. 1 - 55/ $\mu = 0{,}28 - 0{,}35$, takže pro střední hodnoty Poissonových čísel platí s přihlédnutím k tabulce 2

$$\mu^{\text{ocel}} \approx 0{,}9 \, . \, \mu^{\text{org. sklo}} , \qquad (10)$$

a protože podle experimentálně ověřeného teoretického řešení stísněného ohybu uvažovaných konstrukčních prvků /Hýča M.: ZAMM, Vol. 55, č. 12, Dec. 1975, s. 764 - 766/ je závislost membránového osového napětí na velikosti elastické konstanty μ v mezích

$$\mu \in \langle \mu^{\text{ocel}} ; \mu^{\text{org. sklo}} \rangle \qquad (11)$$

velmi slabá, přičemž na modulu pružnosti E toto napětí vůbec nezávisí, lze z membránového osového napětí, zjištěného měřením na modelech z organického skla podle tab. 2, soudit s velmi dobrou přesností na odpovídající složku napětí geometricky podobných nosníků vyrobených z oceli. Prokázaná platnost zákonitosti (1) se proto vztahuje rovněž na ocelové konstrukční prvky. Podobně i další závěry, formulované na základě experimentálního šetření membránové napjatosti zkušebních nosníků z organického skla, zůstávají v platnosti i pro konstrukční prvky z oceli.

Užití teoreticky ohybově nedeplanabilních průřezů namísto obvyklých průřezů ohybově deplanabilních se stejným průběhem tloušťky stěny a stejnou průřezovou plochou je výhodné rovněž z hlediska tuhosti. Měřením průhybů setinovými indikátory /Jaroš P. a Matoušek B.: výzk. zpráva SVÚSS-84-02118, 18 s./ bylo prokázáno, že průhyb uprostřed rozpětí srovnávacího nosníku s ohybově deplanabilním průřezem podle obr. 2 je o 39 % větší než odpovídající průhyb nosníku s průřezem teoreticky nedeplanabilním podle obr. 3. Vysvětlení tohoto jevu spočívá v tom, že bezrozměrná průřezová charakteristika

$$\beta_{y} = \frac{\int_0^{S/2} t \, ds}{\left(\int_0^{S/2} z^2 t \, ds \right)^2} \int_0^{S/2} \left(\int_0^{s} z \, t \, d\nu \right)^2 \frac{ds}{t} \qquad (12)$$

je u uvažovaného ohybově deplanabilního průřezu podle obr. 2 značně větší (o 58 %) než u odpovídajícího průřezu ohybově nedeplanabilního se stejnou průřezovou plochou a stejným průběhem tloušťky

stěny /Hýča M.: Acta Technica ČSAV, 1984, č. 2, s. 151 - 176/. Vliv zvětšení osového momentu setrvačnosti $J_y = \int_0^S z^2 t \, ds$ u teoreticky nedeplanabilního průřezu, ve srovnání s průřezem ohybově deplanabilním (zde o 61 %), působící změnu tuhosti ve stejném smyslu, je u relativně krátkých nosníků druhořadý.

Protože podle experimentálně ověřeného teoretického řešení /Hýča M.: ZAMM, Vol. 55, č. 12, 1975, s. 764 - 766/ je závislost průhybu při stísněném ohybu uvažovaných konstrukčních prvků na velikosti Poissonova čísla μ materiálu v mezích (11) rovněž velmi slabá, přičemž závislost na modulu pružnosti E je dána pouze nepřímou úměrností (jež je separabilní), zůstává uvedený závěr o výhodnosti užití teoreticky nedeplanabilních průřezů z hlediska tuhosti relativně krátkých tenkostěnných nosníků v platnosti i v případě geometricky podobných konstrukčních prvků tohoto typu, vyrobených z oceli.

V obr. 8 jsou čárkovanými čarami znázorněny též průběhy osového membránového napětí $\sigma_x . l^2/P$, vypočtené v obou nosnících podle obr. 2 a 3 v průřezu $x = 244{,}5$ mm pomocí klasické teorie ohybu, tj. na základě Bernoulli - Navierovy hypotézy, jež odpovídá průřezům v ohybu dokonale nedeplanabilním. Ze srovnání takto vypočteného a experimentálně stanoveného (lineárně interpolovaného) osového membránového napětí v každém z uvažovaných nosníků vyplývá, že předpoklad ohybové nedeplanability je poměrně dobře splněn pouze u průřezu teoreticky ohybově nedeplanabilního, který vykazuje pouze slabé stísnění ohybové deplanace a že průběh této složky membránového napětí při ohybu tenkostěnných nosníků s teoreticky nedeplanabilním průřezem lze v praxi určovat s dostateč-

nou přesností podle klasické teorie ohybu, tj. podle vzorce

$$\sigma_x(x,s) = \frac{M_y(x)}{J_y}\, z(s) , \qquad (13)$$

kde $M_y(x)$ je ohybový moment a J_y osový moment setrvačnosti teoreticky ohybově nedeplanabilního průřezu k hlavní centrální ose, kolmé k rovině ohybu. Z uvedeného tedy ve shodě s obr. 8 vyplývá, že pojem spolunosné šířky ztrácí u ohybově nedeplanabilních průřezů smysl. Tento závěr je ekvivalentní tvrzení, že existence spolunosné šířky je podmíněna ohybovou deplanabilitou průřezu /Hýča M.: "Výpočtové metody pro optimalizaci tenkostěnných nosníků se zřetelem k vysokocyklové únavě svařovaných rámů elektrických lokomotiv", výzk. zpráva SVÚSS-79-02014, 87 s./.

Obr. 8 lze považovat též za nepřímý důkaz formální správnosti zákonitosti (1) i algoritmů iteračního řešení funkcionálního problému (1) - (2), z něhož vyplývá, že funkcionální podmínku ohybové nedeplanability symetrických průřezů (1), jakož i algoritmy numerického řešení příslušného funkcionálního problému, lze z teoretického hlediska považovat za formálně správné podklady, jichž lze užít k určení rozměrů ohybově nedeplanabilních průřezů s dostatečnou přesností.

Namísto teoreticky ohybově nedeplanabilních průřezů, jež jsou z technologického hlediska vždy méně vhodné než průřezy obvyklé, složené z přímých úseků s konstantní tloušťkou stěny, lze v praxi s úspěchem užít též průřezů se střednicí, jež "přesný" tvar střednice průřezu teoreticky nedeplanabilního pouze aproximuje. Numerickým výpočtem lze prokázat, že užitím těchto průřezů,

splňujících současně požadavek snazší výroby, lze rovněž dosáhnout velmi výrazného snížení špiček osového membránového napětí, a to i při poměrně hrubé aproximaci "přesného" tvaru střednice kruhovými oblouky nebo přímými úseky.

Další typy průřezů se sníženou ohybovou deplanabilitou (s uzavřenou, otevřenou nebo rozvětvenou střednicí), rovněž vhodnějších z hlediska výroby, lze navrhnout na základě podmínek přípustnosti tvaru střednice (3) symetrických ohybově nedeplanabilních průřezů, implikovaných zákonitostí (1) /Hýča M.: výzk. zpráva SVÚSS-82-02010, 109 s./. Z těchto podmínek vyplývá, že ohybovou deplanabilitu (při ohybu v rovině x-z) silně deplanabilních průřezů s pravoúhlou střednicí, např. podle obr. 9, lze snížit změnami tvaru střednice podle obr. 10 nebo 11. Průřezy se střednicemi podle obr. 9.a až c (a podobně i podle obr. 10.a až c, resp. 11.a až c) jsou, při stejném průběhu tloušťky stěny, v rámci zjednodušujících předpokladů přijatých při odvození zákonitosti (1), při ohybu v rovině x-z elastostaticky ekvivalentní.

Významnost jevu smykového ochabnutí (stísnění ohybové deplanace) relativně krátkých tenkostěnných konstrukčních prvků nosníkového typu, a tedy i praktický význam případného užití zákonitosti (1) pro optimalizaci tvaru průřezu z hlediska membránové napjatosti při ohybu, se neomezuje pouze na úzkou třídu uvažovaných konstrukčních prvků zvoleného typu podle obr. 2. Z numerických výpočtů podle experimentálně ověřených teoretických podkladů autora /Hýča M.: ZAMM, Vol. 55, č. 12, 1975, s. 764 - 766 a výzk. zpráva SVÚSS-83-02015, 107 s./ a v souhlasu s dílčími experimentálními výsledky /Truhlář J.: "Experimentální ověření teorie stísněného

ohybu", výzk. zpráva SVÚSS-75-03026, 53 s. a "Verifikace teorie stísněného ohybu na nosnících speciálních tvarů průřezu", výzk. zpráva SVÚSS-78-03038, 29 s./ vyplývá, že významnost zmíněného jevu, tj. i významnost užití zákonitosti (1) z hlediska minimalizace špiček membránové napjatosti při ohybu relativně krátkých tenkostěnných konstrukčních prvků nosníkového typu např. v rovině x-z, jsou, při označení geometrických rozměrů pravoúhlého skříňového průřezu podle obr. 2 a označíme-li štíhlosti nosníků

$$\lambda_y = \frac{l}{i_y} = l\sqrt{\frac{F}{J_y}}\,, \qquad \lambda_s = \frac{l}{S}\,, \tag{14}$$

rostoucí funkcí

- štíhlosti střednice B/H při dané štíhlosti λ_y,
- nerovnoměrnosti průběhu zatížení $p_z(x)$ ve směru osy nosníku při dané délce roznášení,
- výstřednosti těžiště obrazce zatížení $p_z(x)$ s danou nerovnoměrností ve směru osy nosníku a danou délkou roznášení (u souměrně uložených nosníků),
- stupně statické neurčitosti,
- Poissonova čísla μ, resp.

klesající funkcí

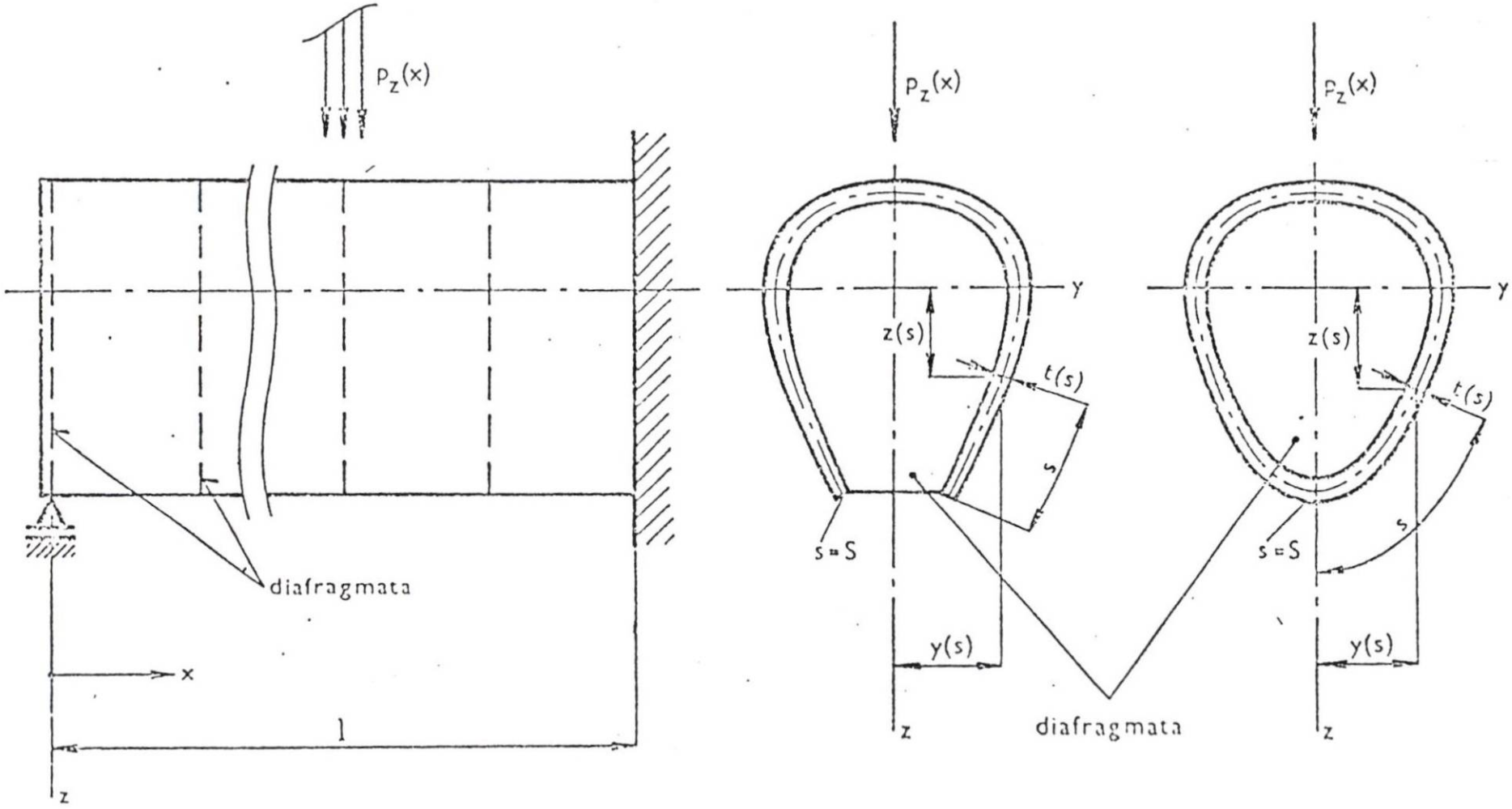
- štíhlosti nosníku λ_s i λ_y,

- štíhlosti střednice B/H při dané štíhlosti nosníku λ_s a
- délky roznášení břemene $p_z(x)$ s danou nerovnoměrností podél nosníku.

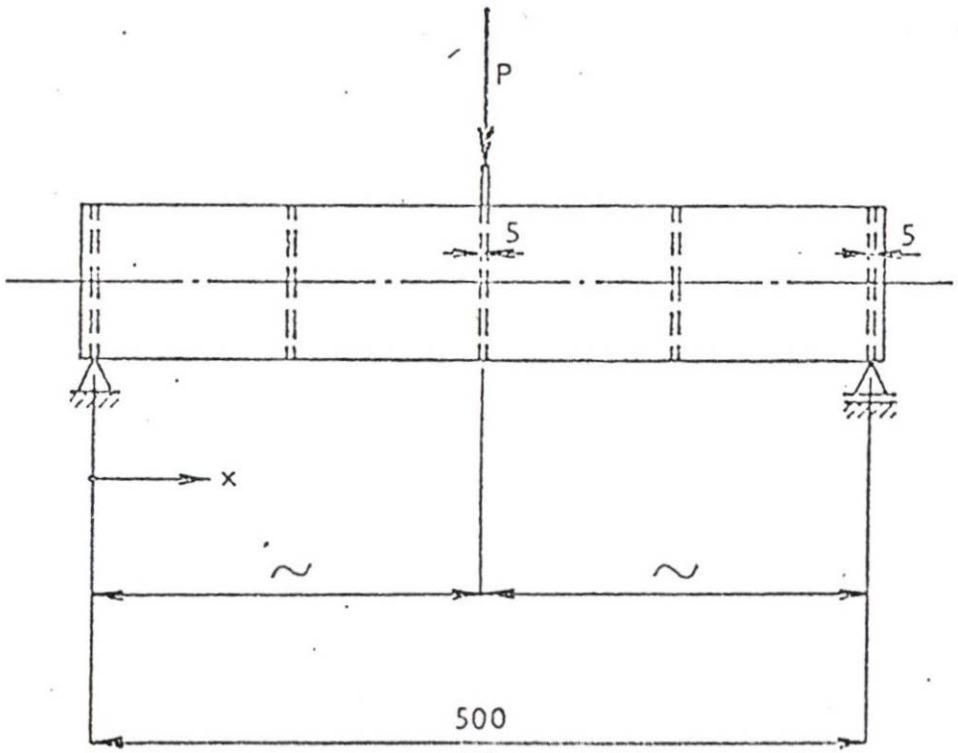
Pomocí funkcionální podmínky ohybové nedeplanability symetrických průřezů (1), příp. z ní vyplývajících podmínek (3), lze tedy optimalizovat tvar průřezů velmi široké třídy relativně krátkých tenkostěnných nosníků namáhaných ohybem z hlediska jejich membránové napjatosti, jež má základní vliv na životnost těchto konstrukčních prvků při namáhání v únavě, resp. při nízké křehké pevnosti, a jejíž minimalizace se projeví příznivě též z hlediska tuhosti. Předloženého objevu lze proto využít zvláště u svařovaných tenkostěnných konstrukčních prvků nosníkového typu s relativně malou štíhlostí, vyrobených z vrubově citlivého materiálu se sklonem ke vzniku a šíření trhlin, nebo namáhaných při nízké křehké pevnosti, a to především v těch případech, kdy má prvořadý význam dosažení minimální spotřeby konstrukčního materiálu, resp. minimální hmotnosti konstrukce, při zajištění požadované životnosti příp. únosnosti, nebo je-li preferováno prodloužení životnosti příp. zvýšení únosnosti při dané hmotnosti, ve srovnání s náklady na výrobu. V uvedeném smyslu představuje zákonitost (1) též základní teoretický podklad pro optimalizaci průřezů ocelových konstrukcí komorových mostů s izotropními ale i konstrukčně ortotropními stěnami, kdy je vliv smykového ochabnutí na napjatost ještě výraznější. Objevu lze dále využít v případech, kdy je třeba zajistit nejvyšší možnou tuhost při ohybu relativně krátkých konstrukčních prvků nosníkového typu při minimální hmotnosti (spotřebě materiálu) bez zvláštního zřetele k zvýšeným nárokům na výrobu

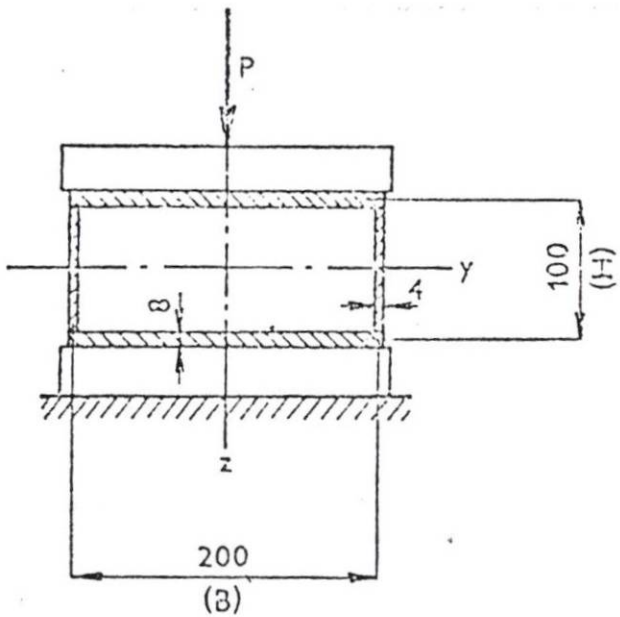
V současné době je ve spolupráci s ÚVZÚ k.p. ŠKODA Plzeň připravováno využití objevu v konstrukci svařovaných rámů podvozků trolejbusů a el. lokomotiv ŠKODA.

Společenský prospěch z uvedených možností realizace objevu spočívá ve snížení spotřeby konstrukčních materiálů, zvl. ocelí, při zajištění požadované životnosti příp. únosnosti, resp. v prodloužení životnosti příp. zvýšení únosnosti konstrukčních prvků nosníkového typu při nezměněné hmotnosti.

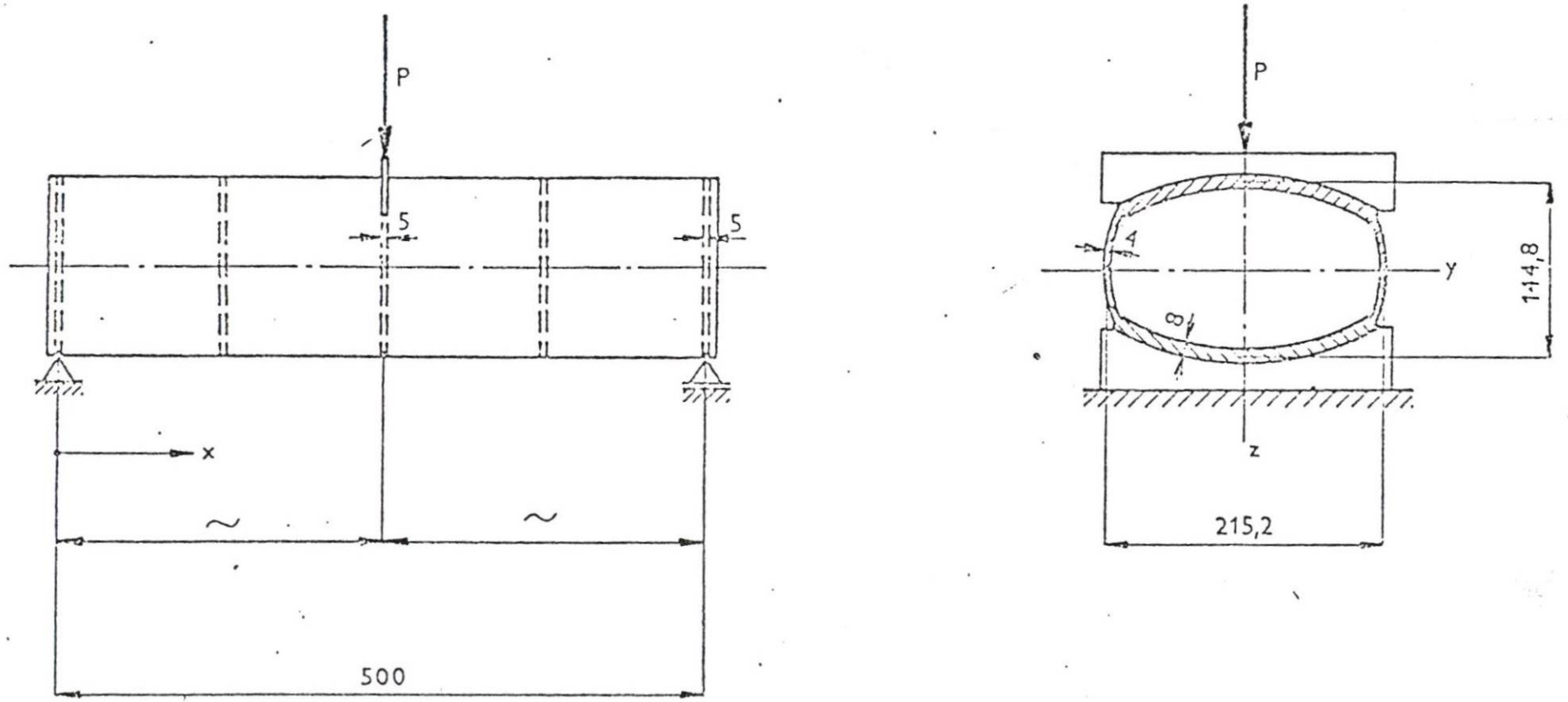

$p_z(x)$
diafragmata
x
l
z
$p_z(x)$
y
z(s)
t(s)
s
s=S
y(s)
z
diafragmata
$p_z(x)$
y
z(s)
t(s)
s
s=S
y(s)
z

Obr. 1

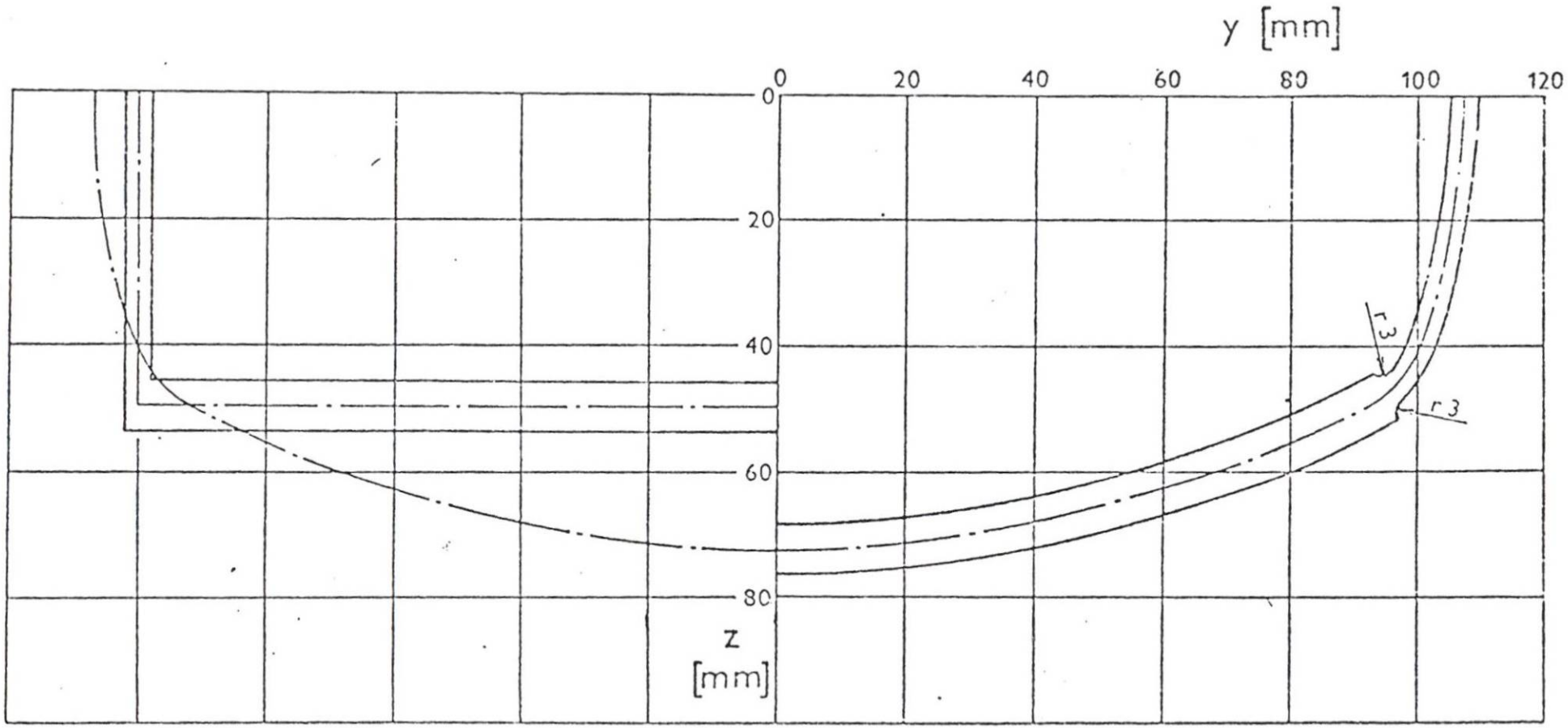




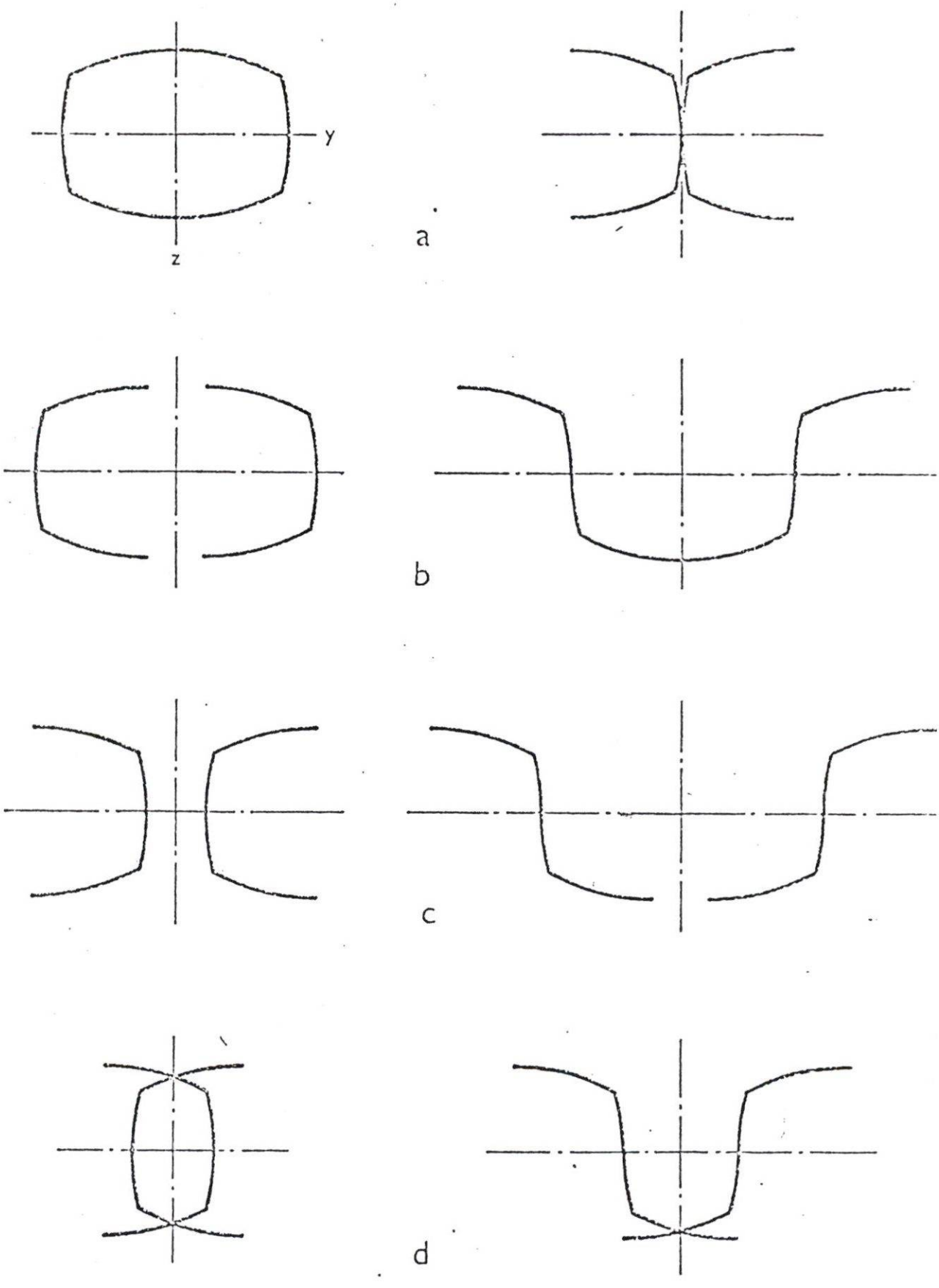
Obr. 2



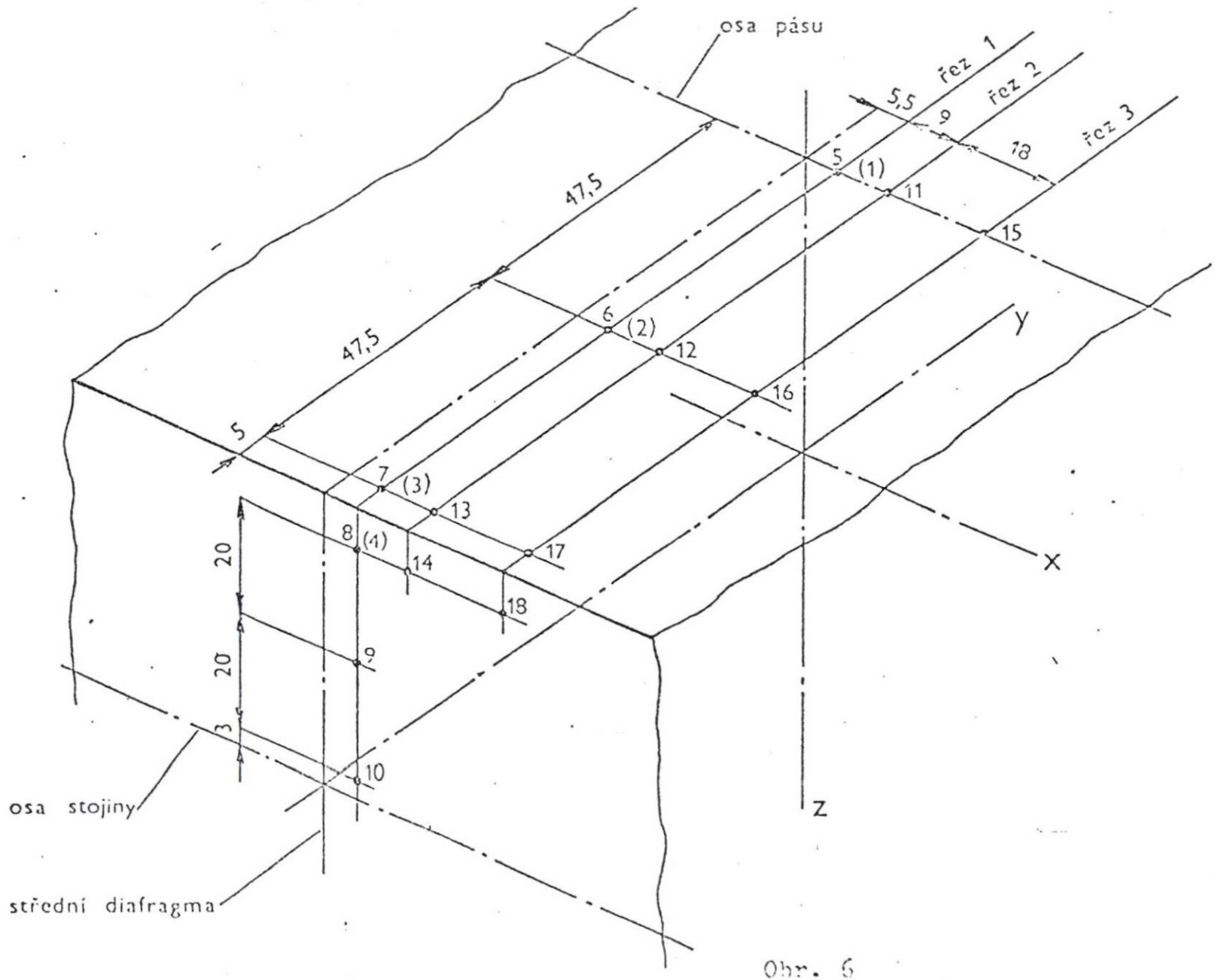
Obr. 3



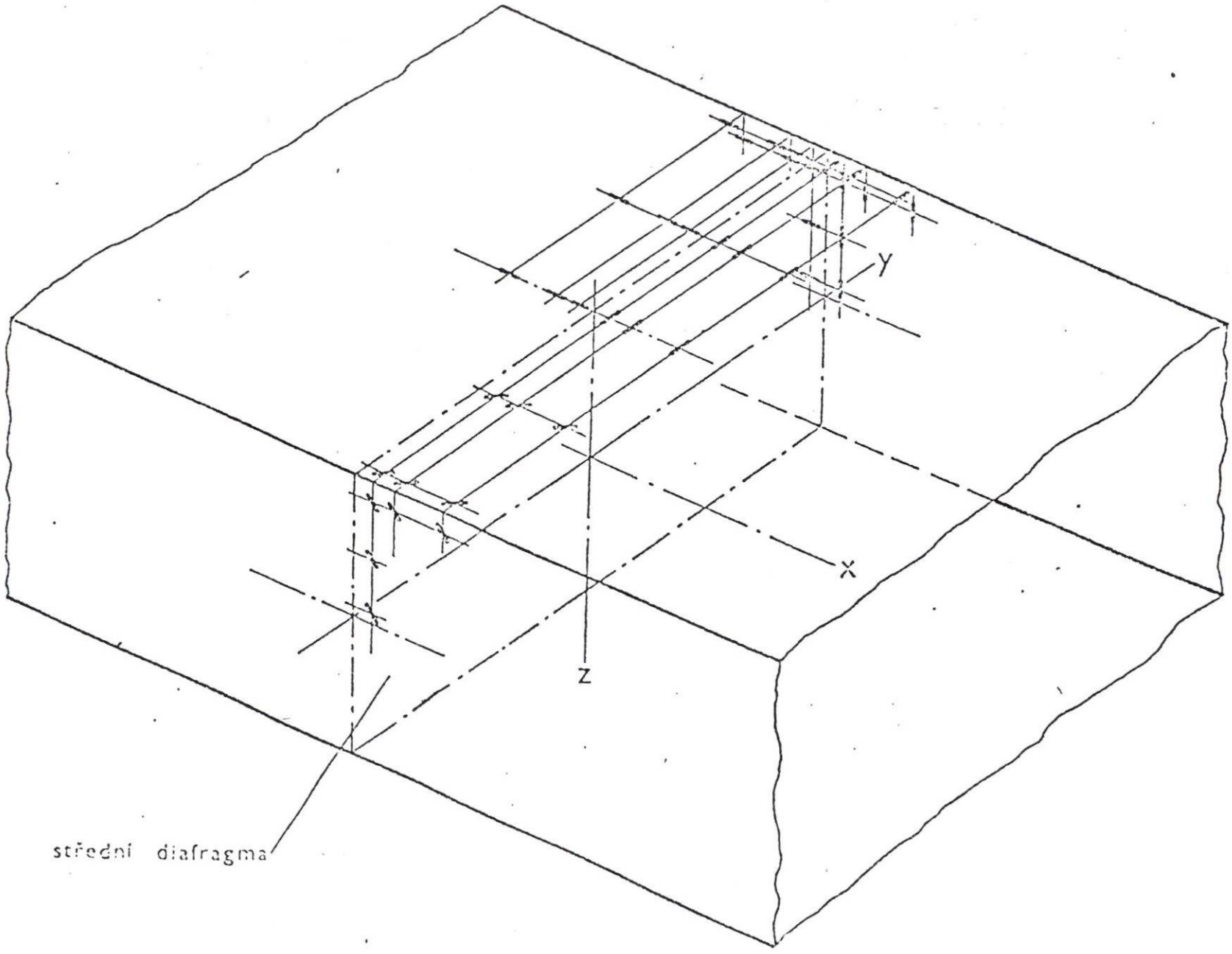
Obr. 4



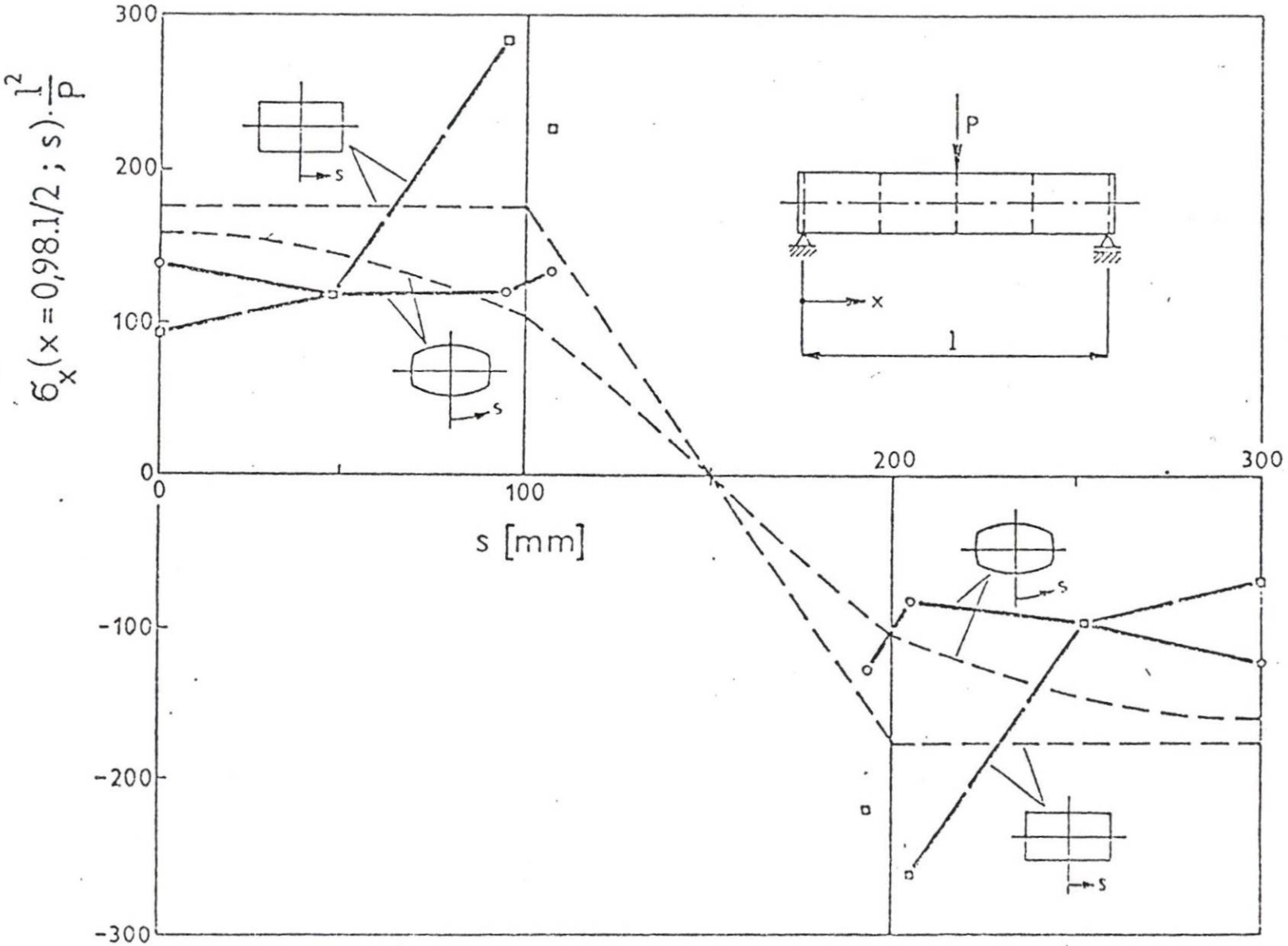
Obr. 5

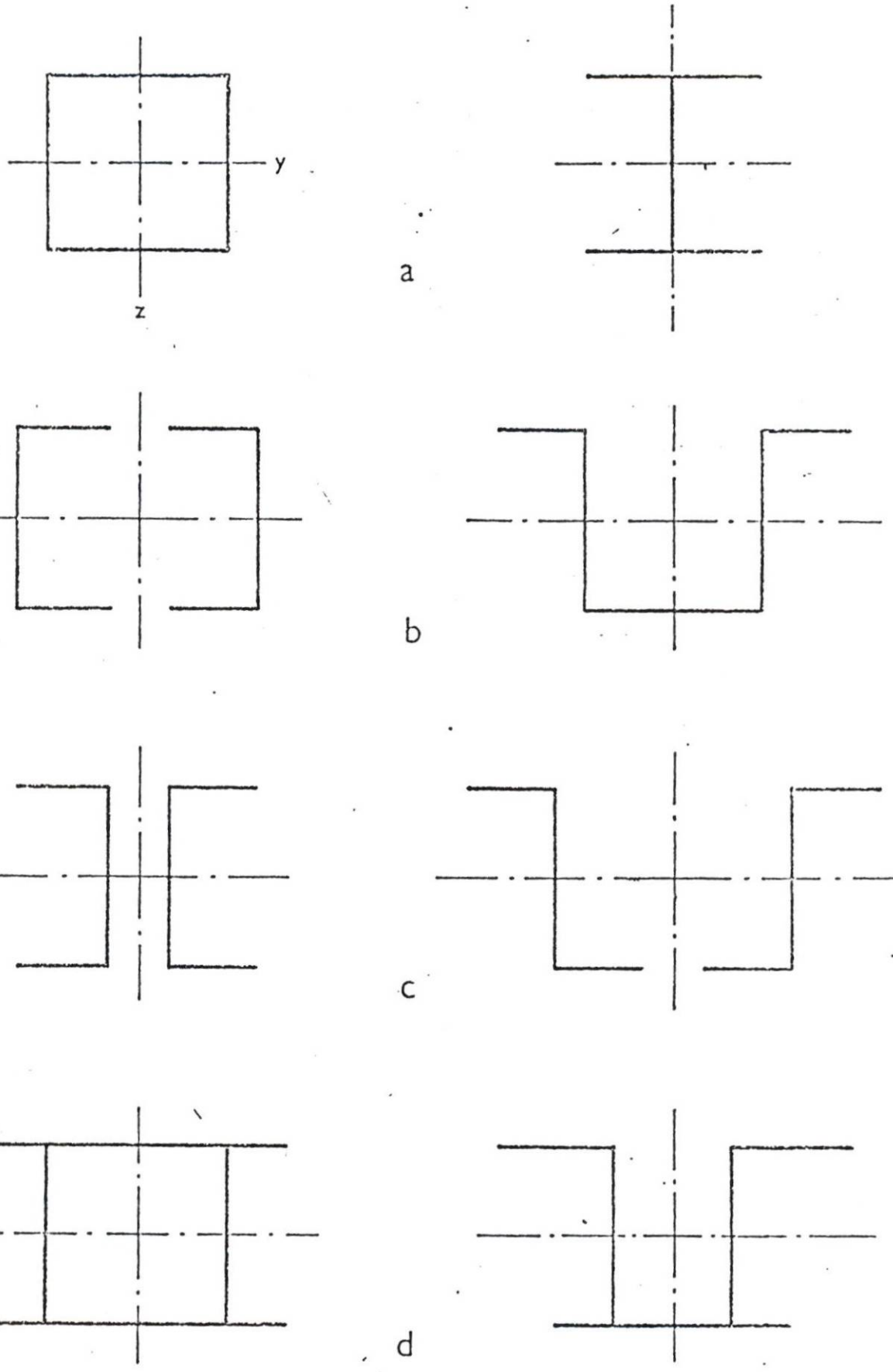

osa pásu
řez 1
řez 2
řez 3
5,5
9
18
47,5
47,5
5
(1)
11
15
6
(2)
12
16
y
x
z
5
7
(3)
13
17
8
(4)
14
18
20
20
3
9
10
osa stojiny
střední diafragma

Obr. 6

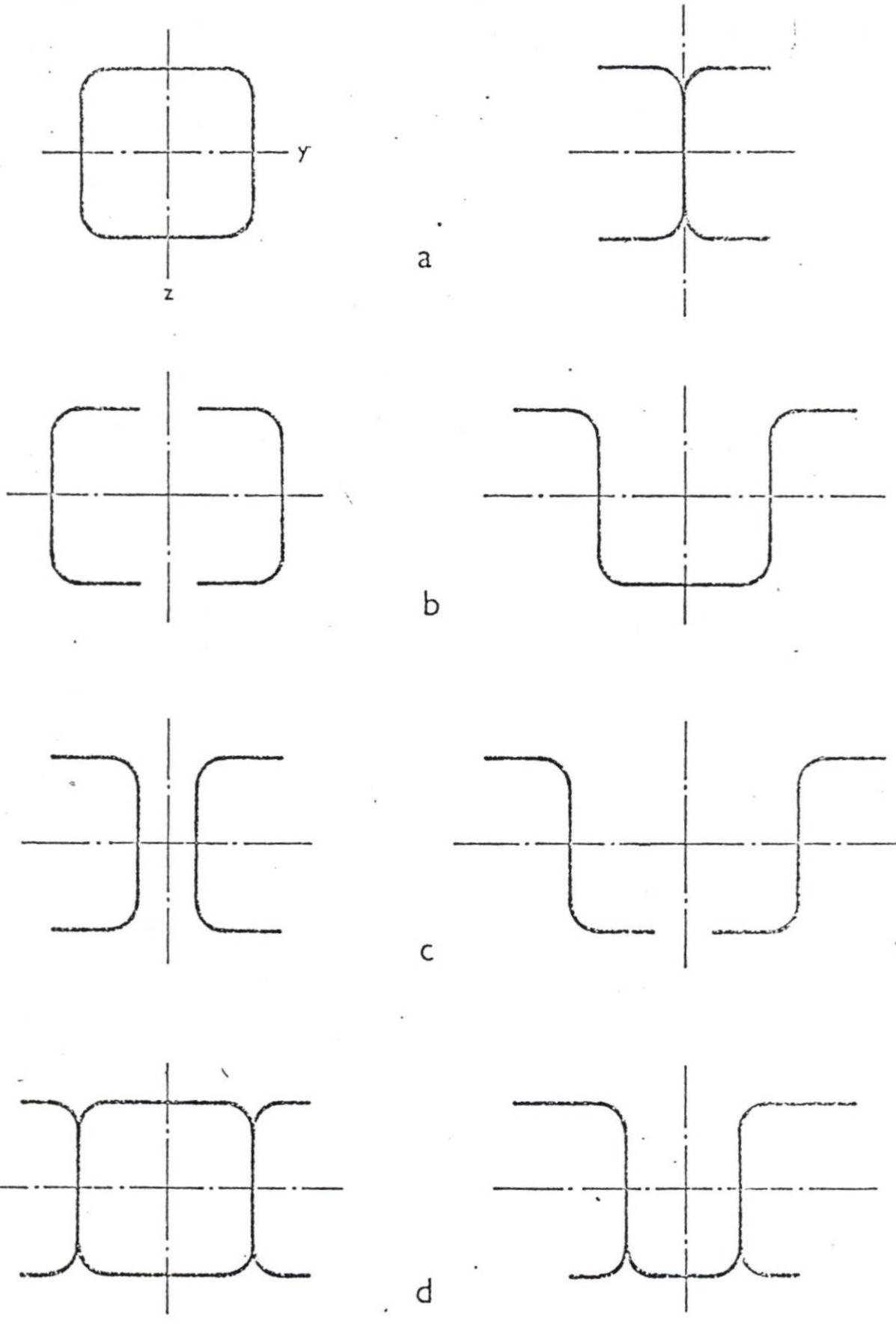


Obr. 7

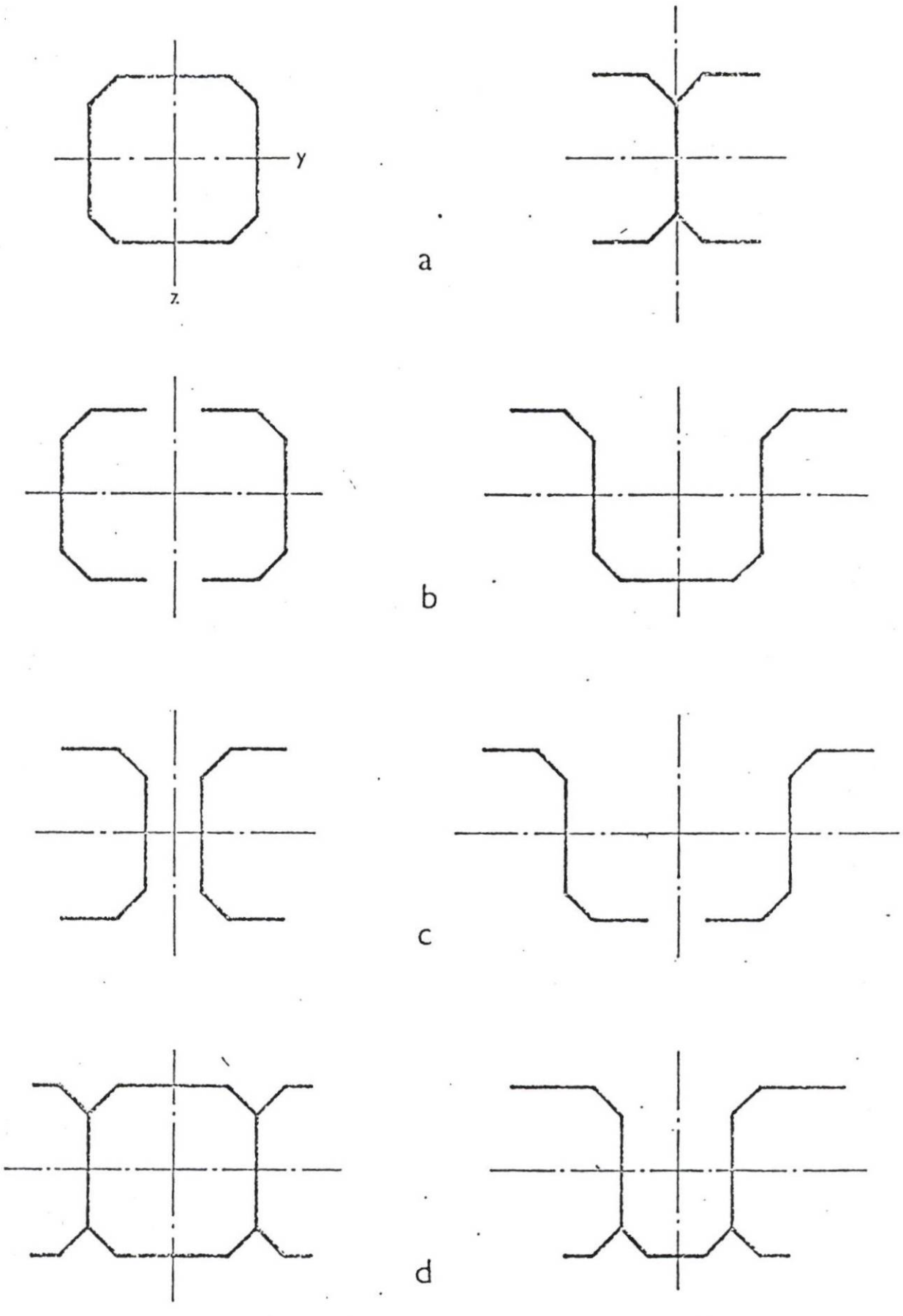

$\sigma_x(x=0{,}98.1/2\,;\,s)\cdot\frac{l^2}{P}$
300
200
100
0
-100
-200
-300
0
100
200
300
s [mm]
P
x
l
s



Obr. 9



Obr. 10



Obr. 11