ČESKOSLOVENSKÁ SOCIALISTICKÁ REPUBLIKA

ÚŘAD PRO VYNÁLEZY A OBJEVY

POPIS OBJEVU K DIPLOMU ČÍS. 8

Přihlášeno 21. 12. 62 (PO 109-62)

Zveřejněno 31. 08. 63 (Slaboproudý obzor č. 8, str. 435—438, roč. 1963)

Uděleno 24. 03. 77

Vydáno 15. 10. 78

MDT 621.376.56

Autor objevu: DITL AUGUSTIN, RNDr. CSc., PRAHA

Název objevu: **Šum rozhodování v soustavách s pulsní kódovou modulací**

Předmět objevu: Jev způsobený nedokonalostí rozhodování kvantizačního zařízení a projevující se zejména při sinusovém signálu s kmitočtem rovným třetině nebo čtvrtině snímacího kmitočtu jako šum rozhodování, který vzniká kromě nelineárního zkreslení a kvantizačního zkreslení v soustavách, ve kterých se spojité informace přenášejí s kvantizací času i amplitudy.

Objev se zabývá jevem způsobeným nedokonalostí rozhodování kvantizačního zařízení a projevujícím se při sinusovém signálu s kmitočtem rovným třetině nebo čtvrtině snímacího kmitočtu jako šum rozhodování, který vzniká kromě nelineárního zkreslení a kvantizačního zkreslení v soustavách, ve kterých se spojité informace přenášejí s kvantizací času a amplitudy.

Při přenosu telefonie soustavou s pulsní kódovou modulací (PCM) vzniká jednak zkreslení signálu (Slaboproudý Obzor 23, 1962, 6:342 až 345) jednak kvantizační zkreslení (Radiotěchnika 10, 1955, 8 : 3 až 21). Je-li signál sinusový s kmitočtem rovným třetině nebo čtvrtině opakovacího kmitočtu (při přenosu telefonie obvykle 8000 : 3 = = 2666,7 Hz a 8000 : 4 = 2000 Hz), jsou všechny složky zkreslení rovny buď nule nebo 8000 : 3 (příp. 8000 : 4) Hz nebo 4000 Hz. Složky okolo 0 Hz a 4000 Hz se potlačují výstupní propustí; potlačí-li se složky okolo 8000 : 3 (příp. okolo 8000 : 4) Hz například můstkem, mělo by na výstupu přijímače být úplně ticho.

Bylo však objeveno, že při provedení uvedeného pokusu zůstává za výstupní propustí i za můstkem šum související s kvantizací amplitudy.

Podstata objevu spočívá v tom, že nedokonalost rozhodování kvantizačního zařízení způsobí šum rozhodování, který vzniká kromě nelineárního zkreslení a kvantizačního

zkreslení v soustavách, ve kterých se spojité informace přenášejí s kvantizací času a amplitudy.

Princip objevu je znázorněn na připojených obr. 1 až 5.

V obr. 1 je závislost pravděpodobnosti **p** (rov. 2), že kvantizační zařízení vyšle signál s hodnotou **k**, když vzorek přenášeného signálu má hodnotu **F** a jakost kvantizačního zařízení je charakterizována parametrem **b** (čím jakostnější je kvantizační zařízení, tím menší je **b**).

Obr. 2 představuje závislost součtu v rov. (4) na rozdílu hodnoty přenášeného signálu **F** a hodnoty vyslaného signálu **k**.

Obr. 3 představuje závislost výrazu **M(b)** v rov. 6 na jakosti kvantizačního zařízení charakterizovanou výrazem **b**.

Obr. 4 představuje závislost výrazu **V** podle rov. 8 na $F\text{-}k_0$.

Obr. 5 představuje závislost **V(b)** podle rov. 11.

V ideální kvantizační soustavě nevznikají kvantizační chyby, neboť kvantizační zařízení vždy přesně pozná, zda vzorek signálu leží nad nebo pod středem mezi dvěma kvantizačními úrovněmi a vyšle kódovou skupinu odpovídající nejbližší úrovni. Ve skutečnosti však kvantizační zařízení nerozezná vždy spolehlivě, zda vzorek signálu je právě nad nebo pod středem mezi dvěma kvantizačními úrovněmi. Dosáhne-li vzorek signálu hodnotu **F**, pro kterou platí:

$$\left(k_0 - \frac{1}{2}\right) < F < k_0 + \frac{1}{2} \quad \text{kde } k_0 \text{ je celé číslo} \qquad (1)$$

měla by vysílaná úroveň být vždy $\mathbf{k}_0$. Stává se však, že zařízení vyšle některou sousední úroveň. Tím vzniká další chyba (chyba rozhodování); je-li tato chyba soustavná nastává zkreslení signálu. Do určité míry je však taková chyba vždy náhodná. Aby bylo možno si učinit kvantitativní představu o této chybě, byl utvořen následující model kvantizace:

Pravděpodobnost, že kvantizační zařízení vyšle hodnotu signálu **k** (celé číslo), má-li vzorek signálu hodnotu **F** budiž:

$$p(k,F) = \frac{1}{2}\left[\operatorname{erf}\frac{|F-k|-1/2}{b\sqrt{2}} - \operatorname{erf}\frac{|F-k|-1/2}{b\sqrt{2}}\right] \qquad (2)$$

kde erf **x** je chybová funkce **x**, **b** je parametr charakterizující jakost kvantizačního zařízení. V obr. 1 je tato pravděpodobnost zachycena pro parametry **b** = 0,35; 0,14; 0,07; 0,007. Při malém parametru **b** je

$$p(k,F) = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\frac{|F-k|-1/2}{b\sqrt{2}}$$

V kvalitním kvantizačním zařízení (tj. zařízení s malým parametrem **b**) je pravděpodobnost, že se vysílá úroveň, která je o více než o 0,5 od **F** odlišná velmi malá. U horšího zařízení (tj. s velkým parametrem **b**) je pravděpodobnost, že se vysílá taková úroveň mnohem větší.

Chyba, která vznikne tím, že se místo hodnoty **F** vysílá hodnota **k**, dává vznik poruše, jejíž časový integrál čtverce po průchodu výstupní propustí je:

$$(F-k)^2 \int_0^\infty K(t)^2\,dt = 2\int_0^\infty |S(2\pi f)|^2\,df. \quad (F-k)^2 = 2B_\xi\,|S(\omega_0)|^2\,(F-k)^2 \qquad (3)$$

kde **K(t)** je impulsová odezva výstupní propustě a nf. zesilovače, $S(\omega_0)$ je zesílení nf. zesilovače s připojenou výstupní propustí pro střední kmitočet (800 Hz) a B_s je šumová šíře pásma propustě. Je-li hodnota **F** pevná, je celková chyba za jednotku času **W(F)** závislá na tom, je-li korelace mezi jednotlivými chybami či není. Není-li korelace je:

$$W(F) = 2NB_\xi |S(\omega_0)|^2 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (F-k)^2 \left[\operatorname{erf} \frac{|F-k|+1/2}{b\sqrt{2}} - \operatorname{erf} \frac{|F-k|-1/2}{b\sqrt{2}} \right] \qquad (4)$$

kde **N** (= 8000 Hz) je počet odebraných vzorků za jednotku času. Není-li tedy vysílač modulován tj. je-li hodnota **F** konstantní, záleží výstupní šum na tom, je-li hodnota blízká některé kvantizační úrovni (tj. $|F-k| \sim 0,1,2\ldots$) nebo leží-li mezi úrovněmi (tj. $|F-k| \sim 0,5;\ 1,5;\ 2,5\ldots$). Nechť je

$$W(F) = 2NB_s |S(\omega_0)|^2 . L(F,b)$$

kde **L(F,b)** je součet **v** rov. 4 a je sudý vzhledem k proměnné $|F-k|$ a opakuje se sperio-dou 1. Jeho průběh pro parametry **b** = 0,35; **b** = 0,14; **b** = 0,07; **b** = 0,007 je v obr. 2. Je patrno, že šum nemodulované soustavy závisí na tom, do kterého místa mezi úrovněmi je nastaven nulový signál. Při nastavení nulového signálu na některou kvantizační úroveň závisí šum na přesnosti kvantizačního zařízení (na parametru **b**).

Je-li nulový signál nastaven na hodnotu přesně uprostřed mezi kvantizačními úrovněmi je součet **L** = 1/2. Při dosti malém **b** (< 0,7) je pásmo, ve kterém lze nastavit nulovou úroveň velmi široké. Při špatné jakosti kvantizačního zařízení (např. **b** = 0,35) je šum značný i při velmi dobrém nastavení nulové úrovně.

Mění-li se hodnota vzorků **F(b)** nepravidelně v mezích (k_0 až k_0+1) tak, že všechny hodnoty **F(t)** jsou v daných mezích stejně pravděpodobné, je střední hodnota celkové chyby za jednotku času

$$W = \int_{k_0}^{k_0+1} W(y)\,dy = NB_\xi |S(\omega_0)|^2 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \int_{k_0}^{k_0+1} (y-k)^2 \left[\operatorname{erf} \frac{y-k+1/2}{b\sqrt{2}} - \operatorname{erf} \frac{y-k-1/2}{b\sqrt{2}} \right] dy \qquad (6)$$

$$= NB_\xi |S(\omega_0)|^2 M(b)$$

kde **M(b)** je součet v rov. (6) a je znázorněn v obr. 3. Pro malé parametry **b** (tj. pro kvalitní kvantizační zařízení) je šum jen kvantizační a **M(b)** se rovná 1/6; pro větší parametry **b** roste a dosáhne při parametru **b** = 0,26 dvojnásobnou hodnotu kvantizačního šumu.

Poměr maximálně možného signálu k šumu bez modulace je podstatně ovlivněn šumem rozhodování. Je-li parametr **b** dosti malý, budou kmitočtové složky šumu rozhodování velmi nízké a budou potlačeny výstupní propustí. Např.:

Parametr **b** budiž tak malý, že prakticky vždy se vysílá úroveň k_0, kde $|F-k_0| < 1/2$. Pouze zřídka se vyšle některá ze sousedních úrovní. Výstupní propust s pásmem 300 Hz až 3400 Hz potlačí stejnosměrnou složku kvantizačního šumu, která obnáší u jednoho impulsu $|F-k_0|$ a jako šum se objeví jen odezva jednotlivých impulsů vzniklých nesprávným rozhodováním kvantizačního zařízení. Je-li rozdíl mezi vysílanou úrovní a úrovní k_0 roven celému číslu **n** je časový integrál čtverce takového impulsu po průchodu výstupní propustí:

$$n^2 \int_0^\infty K(t)^2\,dt = 2B_\xi S(\omega_0)^2 n^2 \qquad (7)$$

a její pravděpodobnost

$$p(k_0+n, F) = 1/2 \operatorname{erfc} \frac{|F-k_0-n|-1/2}{b\sqrt{2}}$$

Není-li korelace mezi jednotlivými poruchami je celkový čtverec šumu za vteřinu

$$2B_\xi N |S(\omega_0)|^2 . 1/2 \sum_{\substack{n=-\infty \\ n\neq 0}}^{+\infty} \operatorname{erfc} \frac{|F-k_0-n|-1/2}{b\sqrt{2}}\, n^2 = 2B_\xi N |S(\omega_0)|^2 V(F-k_0, b)$$

kde

$$V(F-k_0, b) = 1/2 \sum^{\infty} n^2 \left[\operatorname{erfc} \frac{|F-k_0-n|+1/2}{b\sqrt{2}} - \operatorname{erfc} \frac{|F-k_0-n|-1/2}{b\sqrt{2}} \right] \qquad (8)$$

Součet pro **b** = 0,07 a pro **b** = 0,007 je v obr. 4.

Srovná-li se tento šum se sinusovým signálem a amplitudou **A** (počítáno v počtu úrovní) a s úhlovým kmitočtem ω_0 se středním čtvercem tohoto sinusového signálu

$$\frac{A^2N^2|S(\omega_0)|^2}{2} \qquad (9)$$

je poměr středního čtverce signálu ke střednímu čtverci šumu (kvantizačního i šumu rozhodování)

$$\frac{A^2N}{4B_{\check{s}}V}$$

Není-li učiněno zvláštní opatření ve kvantizačním zařízení, aby nulová úroveň byla udržována blízko středu mezi dvěma kvantizačními úrovněmi, pak je pravděpodobnost, že poměr signálu k šumu bude lepší než zvolená veličina **D**, roven pravděpodobnosti, že součet **V** bude menší než

$$V_D = \frac{A^2N}{4B_{\check{s}}D} \qquad (10)$$

Např. **A** = 64 (úrovní), **N** = 8000 Hz, $\mathbf{B}_s$ = = 3100 (tj. 300 až 3400 Hz), **D** = 10^5 (tj. 50 dB), pak $\mathbf{V}_D$ = 0,027.

Podle obr. 4 je pravděpodobnost, že odstup signálu od šumu bude lepší než 50 dB 75% při parametru **b** = 0,07 a 97% při parametru **b** = 0,007. Pravděpodobnost, že odstup signálu od šumu je větší než 60 dB je při parametru **b** = 0,07 rovna 62%, při parametru **b** = 0,007 rovna 96%. Pravděpodobnost, že odstup signálu od šumu je větší než 70 dB je při parametru **b** = 0,07 rovna 55%, při parametru **b** = 0,007 je rovna 95%.

Vhodným opatřením ve kvantizačním zařízení lze docílit toho, že $|\mathbf{F}-\mathbf{k}_0|\sim 0$ tj. že nulová úroveň je blízká některé kvantizační úrovni. Pak může parametr **b** být podstatně vyšší. Pro $|\mathbf{F}-\mathbf{k}_0|=0$ platí

$$V(0,b) = \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \operatorname{erfc} \frac{n-1/2}{b\sqrt{2}} \qquad (11)$$

Tento vztah je v obr. 5. Na pravé straně je uveden odstup signálu od šumu odpovídající ve shora uvedeném příkladě příslušnému **V**(0,**b**). Již při parametru **b** = 0,14 je odstup signálu od šumu 65 dB. Se zmenšujícím se parametrem **b** se tento odstup velmi rychle zvětšuje.

Jakost kvantizačního zařízení (parametru **b**) lze poměrně snadno měřit při modulaci sinusovým signálem 2000 Hz nebo 2666,67 Hz. Takto naměřený šum je roven střední hodnotě součtu V(F-k,**b**), když se hodnota signálu **F** mění od 0 do 1/2.

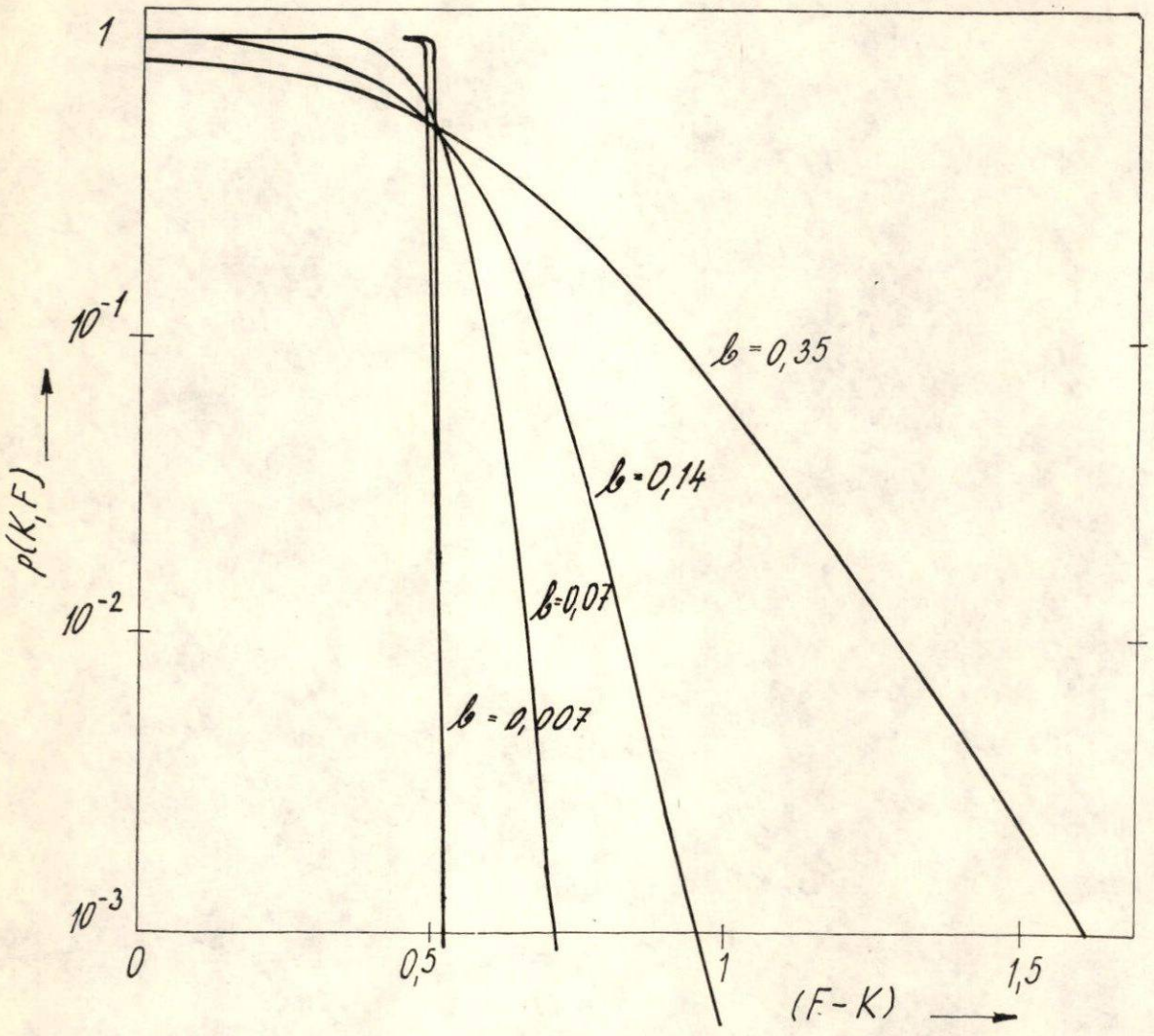
Šum rozhodování musí vznikat v každé soustavě, která přenáší spojité informace kvantizací v čase i v amplitudě.

Odvozený model šumu vzniklého kvantizačním zařízením podává kvalitativní představu šumu rozhodování a shoduje se dobře s experimentálně naměřenými hodnotami.

Z popisu je patrno, že vhodným nastavením kvantizačního zařízení lze podstatně zmenšit šum a zlepšit odstup signálu od šumu.

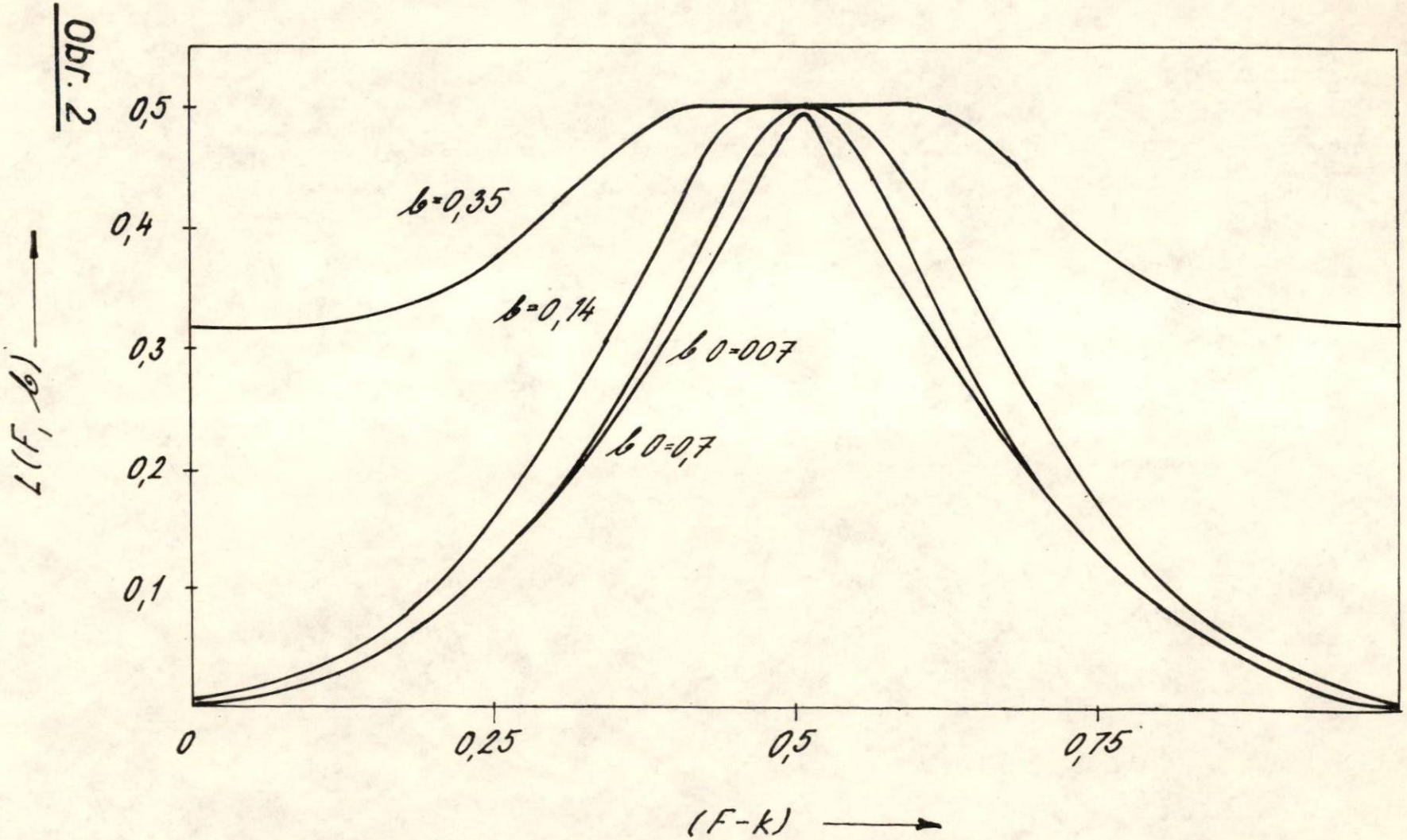
Objev objasnil mechanismus kvantizace signálu v čase i v amplitudě a umožňuje z druhé strany vypracování postupu pro měření jakosti kvantizačního zařízení.

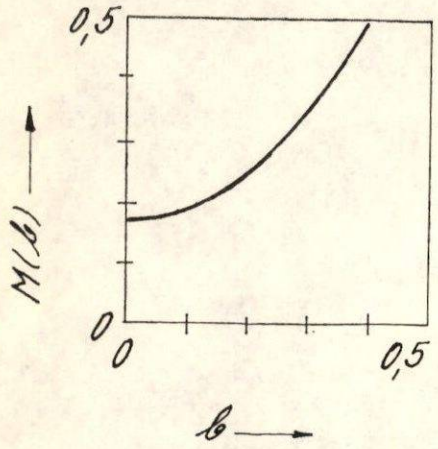
Severografia, n. p., provozovna 32 Most



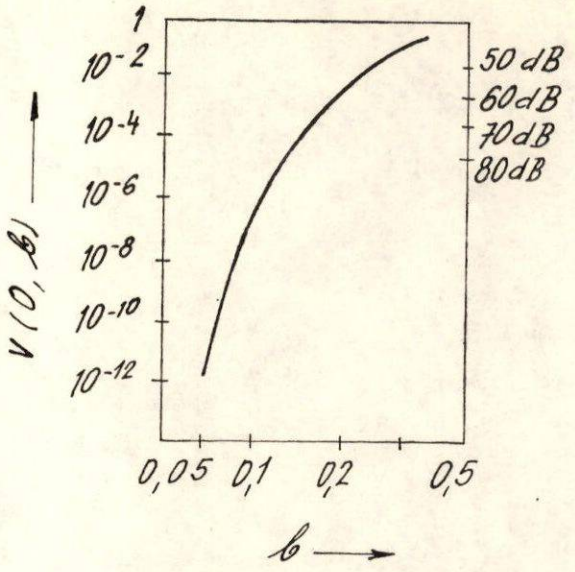
Obr. 1

Obr. 2

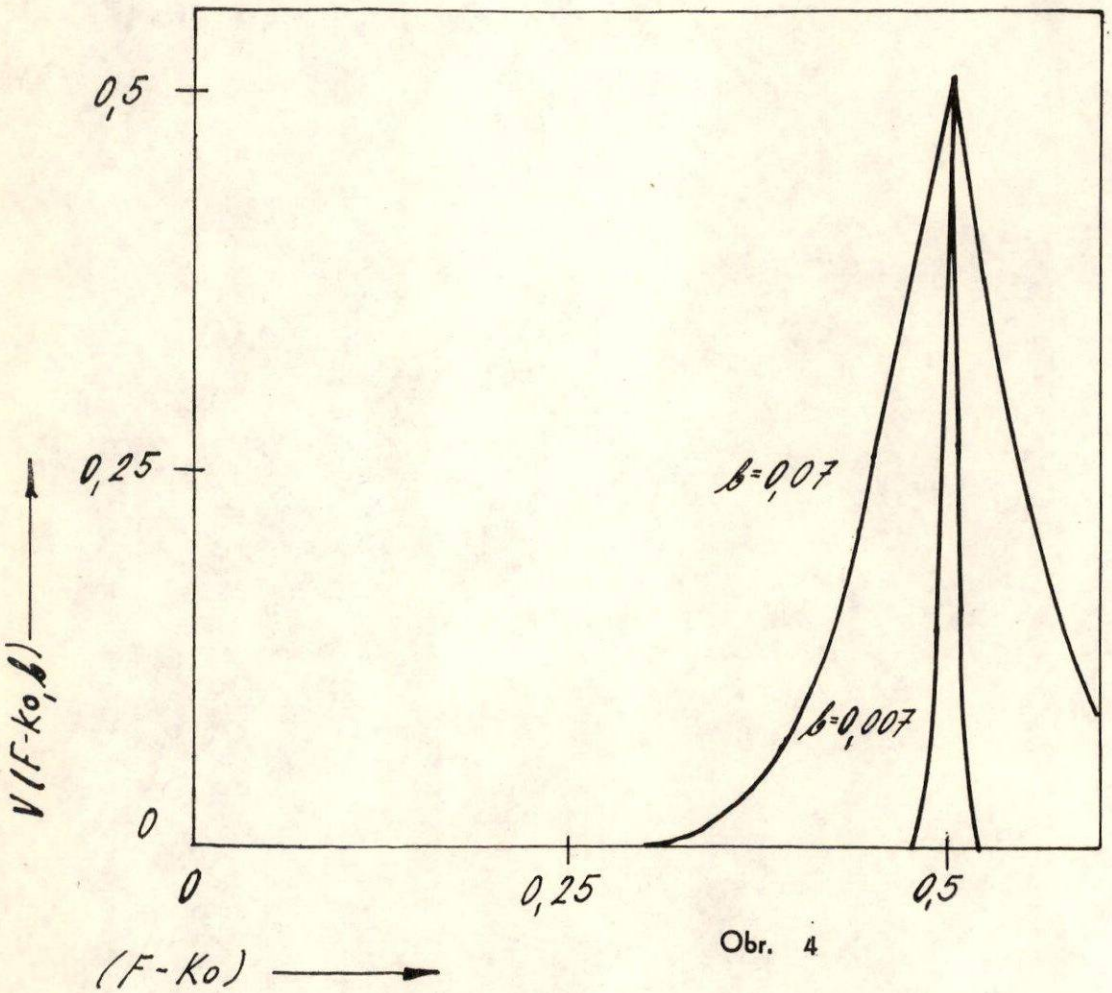




Obr. 3.



Obr. 5



Obr. 4